

GEOMETRIA

Nome COGNOME

09 Gennaio 2013

Ingegneria Matricola

In caso di esito sufficiente, desidero sostenere la **prova orale** [] **oggi** (aula I.12 ore 15.00)

[] **Mercoledì 23/01/2013** (aula I.13 ore 9.30) [] **Mercoledì 13/02/2013** (aula I.12 ore 11.30)

1) Trovare autovalori ed autovettori della matrice $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 7 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$.

2) Sia π' il piano passante per $A(\sqrt{23}, 53, 12)$, parallelo alla retta $r : 3x + z + 8 = 2x + y + 11 = 0$ e perpendicolare al piano $\pi : 2y + 3z - 10 = 0$. Trovare il punto B d'intersezione tra π' e l'asse Y.

3) Si considerino le due rette sghembe $r : 2x + 7z - 81 = y + 3z = 0$ e $s : 2x - 7y = 2x - 2y + z = 0$. Sia t la retta di minima distanza tra r e s e sia D la distanza tra r e s . Trovare le componenti dei due vettori aventi la direzione di t e lunghezza D .

4) Sia r la retta parallela all'asse Y e passante per $A(-\sqrt{3}, 2, 3)$. Trovare i piani che contengono r e formano un angolo di $\pi/6$ radianti con il piano YZ.

5) Trovare l'equazione canonica della conica: $8x^2 - 12xy + 17y^2 + 60x - 70y + 105 = 0$
Poi classificarla.

6) Si consideri la sfera $S : x^2 + y^2 + z^2 + x + 2y + 3z = 0$. Scrivere l'equazione di una delle due sfere tangenti a S nell'origine e aventi il raggio uguale alla metà del raggio di S . Inoltre, dire se tale sfera è tangente esternamente o internamente.

GEOMETRIA

Nome COGNOME

24 Gennaio 2013

Ingegneria Matricola

In caso di esito sufficiente, desidero sostenere la **prova orale** [] **oggi** (aula I.12 ore 15.00)

[] **Mercoledì 13/02/2013** (per l'esito, l'ora e l'aula leggere gli avvisi nei prossimi giorni)

- 1) Trovare una base per **OGNUNO** degli autospazi della matrice $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 7 \\ -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

- 2) Del sistema $3x - y + 11z - 19 = x - y + 9z - 7 = 2x + y - 6z - 11 = 0$ trovare una soluzione particolare X_P ed una base B dello spazio delle soluzioni del sistema omogeneo associato.

- 3) Sia $A(1, \sqrt{47}, -10)$. Sulla retta $r : y = z + 9 = 0$ trovare due punti B e C tali che il triangolo ABC sia equilatero.

- 4) Siano $A(-1, 0, 0)$, $B(0, t, 0)$ e $C(0, 0, \sqrt{11})$. Trovare i valori del parametro reale t per i quali il piano passante per A , B e C forma col piano XZ un angolo di $\frac{2}{3}\pi$ radianti.

- 5) Se esiste una conica passante per i punti $A(-6, 3)$, $B(-6, -1)$, $C(-3, 1)$, $D(0, 1)$, $E(0, -1)$, $F(6, 3)$ allora scrivere la sua equazione. Altrimenti spiegare brevemente il motivo per cui non esiste.

- 6) Sia S la sfera di centro $C(-20, 1, 5)$ e passante per il punto $A(-18, 1, -4)$. Scrivere l'equazione della sfera S e del piano π tangente ad S nel punto A .

GEOMETRIA

Nome COGNOME

13 Febbraio 2013

Ingegneria Matricola

L'esito dello scritto verrà comunicato domani alle ore 15 in aula I.10. Subito dopo inizierà l'orale.

1) Sia A la matrice avente $(1, -2, 5)$, $(0, 0, 0)$ e $(0, 0, 0)$ come I, II e III riga rispettivamente.

Se esiste scrivere una **base** di \mathbb{R}^3 costituita da **autovettori** di A. Altrimenti motivare la risposta.

.....
2) Trovare i **valori del parametro** reale t per i quali la retta $r : 3x + (t+1)y + (t^2-10)z = x + 17 = 0$ è parallela alla retta passante per i punti $A(6, 5t+1, -6)$ e $B(6, 2t+1, -t-7)$.

.....
3) Sia A il punto di intersezione tra il piano $3x + 17y + z - 9 = 0$ e l'asse X. Sia r la retta per l'origine O e perpendicolare al piano $5y + 2z + 11 = 0$. Sia h la distanza di A dalla retta r. Siano B e C i punti di r aventi distanza 2h da A. Calcolare l'**area** del triangolo ABC.

.....
4) Trovare i **parametri direttori** delle rette che si trovano sul piano $x - 4y + 12 = 0$ e formano un angolo di $\pi/6$ radianti col piano $z + 3 = 0$.

.....
5) Trovare l'**equazione canonica** della conica $x^2 - 10xy + y^2 + 10x - 2y + 3 = 0$.
Poi classificarla.

.....
6) Sia Σ la sfera di centro l'origine $O(0, 0, 0)$ e passante per $A(3, 0, 0)$. Sia π il piano parallelo al piano XZ e passante per il punto $B(-2, 1, -6)$. Trovare il **centro** e il **raggio** della **circonferenza** C ottenuta intersecando la sfera Σ col piano π .

GEOMETRIA

Nome COGNOME

13 Giugno 2013

Ingegneria Matricola

In caso di esito sufficiente, desidero sostenere la **prova orale** [] **OGGI** (aula I.12 ore 15.00)

[] **Giovedì 27 Giugno** (aula I.12 ore 11.30) [] **Mercoledì 17 Luglio** (aula I.12 ore 11.30)

1) Sia A la matrice avente come righe i vettori $(t, t^2, 0, 36, -6)$, $(1, 6, 0, t, -1)$ e $(0, 0, 9, -4, 0)$.
Determinare, al variare del parametro reale t, il rango della matrice A.

.....
2) Trovare i parametri direttori della retta r passante per il punto $A(2, 0, 0)$ ed incidente le rette
 $s: z + 2 = y - 10x = 0$ e $t: y - 5 = z + 20x = 0$.

.....
3) Trovare per quali valori del parametro reale t l'area del triangolo di vertici $O(0,0,0)$, $A(t,-t, t)$ e
 $B(0, -11, 11)$ vale 154.

.....
4) Scrivere l'equazione del piano perpendicolare al piano $4x + 2y + 30z + 3 = 0$, parallelo alla retta
 $x - 2y + 11 = z - 6y + 19 = 0$ e passante per il punto $A(10, 5, -2)$.

.....
5) Sulla retta passante per l'origine $O(0, 0, 0)$ e perpendicolare al piano $5x - 4y + z + 17 = 0$,
trovare i punti che distano 10 dal piano $x - 2y + 2z = 0$.

.....
6) Trovare l'equazione canonica della seguente conica $4x^2 - 2\sqrt{3}xy + 2y^2 - 8x + 2\sqrt{3}y - 1 = 0$.

Poi, classificarla.

GEOMETRIA

Nome COGNOME

27 Giugno 2013

Ingegneria Matricola

In caso di esito sufficiente, desidero sostenere la **prova orale** [] **OGGI** (aula I.12 ore 16.00)

[] **Mercoledì 17 Luglio** (aula I.12 ore 11.30)

1) Determinare per quali **valori** del parametro reale t la matrice $A(t) = \begin{bmatrix} t-2 & 2 & 2 \\ 0 & t+2 & 0 \\ 0 & 2 & t^2-4 \end{bmatrix}$

non ha tre autovalori reali a due a due distinti tra loro. Inoltre, per ognuno di tali valori, scrivere gli **autovalori** distinti di $A(t)$.

2) Trovare una **base** per lo spazio $U(w, x, y, z)$ delle soluzioni del sistema lineare omogeneo:

$w - 2y = w - x + 2y + 3z = 2w - x + 3z = 0$. (**non cambiare l'ordine delle incognite**)

3) Siano A, B e C i punti di intersezione del piano di equazione $2x + y - z + 12 = 0$ con gli assi coordinati X, Y e Z rispettivamente. Determinare l'**ortocentro** (punto d'incontro delle altezze) del triangolo ABC .

4) Scrivere l'equazione del **piano** passante per il punto $A(1, -1, 1)$, perpendicolare al piano

$x + 2y - 3z = 0$ e parallelo alla retta $y = x - 3z = 0$.

5) Trovare la **distanza** tra le rette:

$r : 4x - 2y + z = 2x - y - 2z = 0$ e $s : 9x + 3y + z - 2 = 3x + y + z + 2 = 0$.

6) Trovare l'equazione **canonica** della seguente conica $3x^2 + 2xy + 3y^2 - 12x - 4y + 8 = 0$.

Poi, classificarla.

GEOMETRIA

Nome COGNOME

17 Luglio 2013

Ingegneria Matricola

L'esito dello scritto verrà comunicato **OGGI** in aula I.12 alle ore 15.00; subito dopo inizierà la prova orale per coloro che avranno conseguito una votazione sufficiente.

1) Determinare per quale valore del parametro reale t la matrice $A(t) = \begin{bmatrix} t^2 + t & 0 & t + 1 \\ 2 & t^3 + 1 & -1 \\ 0 & 0 & t^2 - 1 \end{bmatrix}$

ha lo zero come **unico** autovalore. Poi, per tale valore, scrivere una base per l'autospazio.

2) Sia $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - 2y - 3z = 0\}$. Sia $B = \{(t^3, t^2, t(2-t)), (16, 8, 0)\}$. Determinare per quali valori del parametro reale t l'insieme B è una **base** del sottospazio S .

3) Determinare per quali valori del parametro reale t le equazioni $\pi_1 : tx + t^2y + tz = 0$, $\pi_2 : x + 5y + t = 0$ e $\pi_3 : z - 5 = 0$ rappresentano tre **piani** appartenenti ad uno **stesso** fascio.

4) Scrivere i parametri direttori della retta passante per l'origine O ed incidente la retta $r: x = x - 2y + 3z + 12 = 0$ e la retta $s: 2x + y = x + y - 12z - 17 = 0$.

5) Trovare i piani contenenti l'asse X e formanti un angolo di $\pi/3$ radianti col piano $\sqrt{3}y + z = 0$.

6) Trovare l'equazione canonica della conica $9x^2 - 2\sqrt{3}xy + 11y^2 + 6x - 22\sqrt{3}y + 33 = 0$

Poi, classificarla.

GEOMETRIA

Nome COGNOME

12 Settembre 2013 Ingegneria Matricola

L'esito dello scritto verrà comunicato **OGGI** in aula I.12 alle ore 14.00; subito dopo inizierà la prova orale per coloro che avranno conseguito una votazione sufficiente.

1) Siano $A = \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 1 & 8 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} -1 & 6 \\ 7 & -41 \end{bmatrix}$. Trovare la **MATRICE** $C = (A^{-1}) \times (B^{-1})$.

2) Trovare una **BASE** per ogni autospazio della matrice

$$D = \begin{bmatrix} -9 & 32 & 0 \\ 0 & -5 & 0 \\ 4 & -32 & -5 \end{bmatrix}.$$

3) Trovare la **DISTANZA** tra le rette $r : 5y + z + 1 = x - 1 = 0$ e $s : 5y + z = x + 5y + z = 0$.

4) Trovare i **PARAMETRI DIRETTORI** della retta di minima distanza tra le rette

$$r : 8x - z = y = 0 \quad e \quad s : y - 4z = x - 17 = 0.$$

5) Sulla retta r passante per il punto $A(1, 0, -3)$ e perpendicolare al piano $\pi : x + y - 2z = 0$, trovare i **PUNTI** che distano 6 dal piano $\pi' : x - 2 = 0$.

6) Trovare l'**EQUAZIONE CANONICA** della conica $x^2 + 4xy + y^2 - 2x - 4y - 2 = 0$.

Poi, classificarla.