

Analisi Matematica II (Prof. Paolo Marcellini)

Università degli Studi di Firenze

Corso di laurea in Matematica

Esercitazione del 25/02/2014

MICHELA ELEUTERI ¹

eleuteri@math.unifi.it

web.math.unifi.it/users/eleuteri

Nel seguito indichiamo con [MS] il testo: P. Marcellini, C. Sbordone : “Esercitazioni di Matematica”, 2 volume, parte seconda, Liguori Editore, 1995.

1 Curve

✎ Esercizio 1.1.

Data la curva γ parametrizzata da $(e^t \cos t, e^t \sin t)$ con $-2\pi \leq t \leq 2\pi$, dire se è semplice e/o chiusa e determinate la lunghezza di γ ; determinate poi la retta tangente alla curva nel punto corrispondente a $t = 0$.

La curva data è semplice e non è chiusa. Se $\varphi(t) = (e^t \cos t, e^t \sin t)$ allora $\varphi'(t) = (e^t(\cos t - \sin t), e^t(\sin t + \cos t))$, quindi

$$|\varphi'(t)| = e^t \sqrt{\cos^2 t + \sin^2 t - 2 \sin t \cos t + \sin^2 t + \cos^2 t + 2 \sin t \cos t} = e^t \sqrt{2}.$$

Allora

$$\ell(\gamma) = \int_{-2\pi}^{2\pi} |\varphi'(t)| dt = \int_{-2\pi}^{2\pi} e^t \sqrt{2} dt = \sqrt{2}(e^{2\pi} - e^{-2\pi}).$$

Poi per $t = 0$ si ha $\varphi(0) = (1, 0)$ e $\varphi'(0) = (1, 1)$, e la tangente cercata ha equazione parametrica

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \end{cases}$$

o cartesiana $y = x - 1$.

¹È vietata la diffusione e la riproduzione di questo materiale o parte di esso (particolarmente a fini commerciali) senza il consenso della sottoscritta. Queste note, che riprendono in parte gli esercizi svolti durante le ore di esercitazioni frontali, costituiscono parte integrante (*ma non esclusiva!*) del corso di Analisi II e pertanto, ai fini dell'esame, devono essere adeguatamente integrate con il materiale indicato dal docente titolare del corso.