

Vettori paralleli si rappresentano con segmenti paralleli; i rappresentanti uscenti da uno stesso punto di vettori complanari sono segmenti appartenenti ad uno stesso piano.

Per quanto riguarda la dipendenza lineare si ha anzitutto (caso $n = 1$) che un vettore \mathbf{u}_1 è dipendente ovvero indipendente a seconda che $\mathbf{u}_1 = \mathbf{0}$, $\mathbf{u}_1 \neq \mathbf{0}$.

Nel caso $n = 2$ si ha

TEOREMA 2. *Due vettori $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2$ sono linearmente dipendenti se e solo se sono paralleli.*

Difatti se i due vettori sono linearmente dipendenti, uno di essi, ad esempio \mathbf{u}_2 , è combinazione lineare dell'altro vettore \mathbf{u}_1 , cioè $\mathbf{u}_2 = \lambda \mathbf{u}_1$, da cui segue il parallelismo, per definizione di prodotto di un numero reale per un vettore.

Viceversa se $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2$ sono paralleli o sono entrambi nulli o almeno uno di essi, ad esempio \mathbf{u}_1 , è non nullo e risulta $\mathbf{u}_2 = \lambda \mathbf{u}_1$. Inoltre si ha $\lambda \neq 0$ se anche \mathbf{u}_2 è non nullo, $\lambda = 0$ se $\mathbf{u}_2 = \mathbf{0}$; in ogni caso $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2$ sono linearmente dipendenti.

Si osservi in particolare che se $\mathbf{u}_1 \neq \mathbf{0}$, ogni vettore \mathbf{u} dipendente da \mathbf{u}_1 si scrive in uno ed un sol modo nella forma: $\mathbf{u} = \lambda \mathbf{u}_1$. Al variare di $\lambda \in \mathbf{R}$ si ottengono tutti i vettori della retta vettoriale V_1 individuata da \mathbf{u}_1 .

TEOREMA 3. *Tre vettori $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3$ sono linearmente dipendenti se e solo se sono complanari.*

Difatti se i tre vettori sono linearmente dipendenti uno di essi, ad esempio \mathbf{u}_3 , si scrive come combinazione lineare di $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2$: $\mathbf{u}_3 = \lambda_1 \mathbf{u}_1 + \lambda_2 \mathbf{u}_2$. A questo punto

- se $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2$ sono già dipendenti tra loro, cioè paralleli, anche \mathbf{u}_3 è parallelo ad essi e quindi, a maggior ragione, complanare con essi;
- se $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2$ sono indipendenti, si rappresentino con i segmenti orientati $\overrightarrow{OU_1}, \overrightarrow{OU_2}$ non paralleli e siano $\overrightarrow{OU'_1}, \overrightarrow{OU'_2}$ i rappresentanti di $\lambda_1 \mathbf{u}_1$ e di $\lambda_2 \mathbf{u}_2$; il rappresentante $\overrightarrow{OU_3}$ di \mathbf{u}_3 si ottiene con la regola della somma di vettori ed è un segmento complanare con OU_1, OU_2 .

Viceversa, se i vettori $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3$ sono complanari, rappresentandoli con