

# GEOMETRIA

Nome ..... COGNOME .....

**21 Gennaio 2015**

Ingegneria ..... Matricola .....

In caso di esito sufficiente, desidero sostenere la **prova orale**

**OGGI** (aula I.14 inizio ore 15:00)

**Giovedì 29/01/2015** (aula I.12 ore 9:00)

**Mercoledì 04/02/2015** (aula I.14 ore 15:00)

**Mercoledì 18/02/2015** (aula I.14 ore 15:00)

1) Trovare autovalori ed autovettori della matrice  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 7 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ .

.....

2) Sia  $\pi'$  il piano passante per  $A(\sqrt{23}, 53, 12)$ , parallelo alla retta  $r : 3x + z + 8 = 2x + y + 11 = 0$  e perpendicolare al piano  $\pi : 2y + 3z - 10 = 0$ . Trovare il punto B d'intersezione tra  $\pi'$  e l'asse Y.

.....

3) Si considerino le due rette sghembe  $r : 2x + 7z - 81 = y + 3z = 0$  e  $s : 2x - 7y = 2x - 2y + z = 0$ . Sia  $t$  la retta di minima distanza tra  $r$  e  $s$  e sia  $D$  la distanza tra  $r$  e  $s$ . Trovare le componenti dei due vettori aventi la direzione di  $t$  e lunghezza  $D$ .

.....

4) Sia  $r$  la retta parallela all'asse Y e passante per  $A(-\sqrt{3}, 2, 3)$ . Trovare i piani che contengono  $r$  e formano un angolo di  $\pi/6$  radianti con il piano YZ.

.....

5) Trovare l'equazione canonica della conica:  $8x^2 - 12xy + 17y^2 + 60x - 70y + 105 = 0$   
Poi classificarla.

.....

6) Si consideri la sfera  $S : x^2 + y^2 + z^2 + x + 2y + 3z = 0$ . Scrivere l'equazione di una delle due sfere tangenti a  $S$  nell'origine e aventi il raggio uguale alla metà del raggio di  $S$ . Inoltre, dire se tale sfera è tangente esternamente o internamente.

# GEOMETRIA

Nome .....

COGNOME .....

**04 Febbraio 2015**

Ingegneria .....

Matricola .....

In caso di esito sufficiente, desidero sostenere la **prova orale**

**in quest'appello:** [ ] **OGGI** (aula I.14 ore 15:00) [ ] **domani** (aula I.14 ore 9:00)

[ ] **Giovedì 12/02/2015** (aula I.14 ore 11:00)

nell'appello di [ ] **Mercoledì 18/02/2015** (aula I.14 ore 11:00)

1) Trovare una base per **OGNUNO** degli autospazi della matrice  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 7 \\ -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ .

.....  
2) Del sistema  $3x - y + 11z - 19 = x - y + 9z - 7 = 2x + y - 6z - 11 = 0$  trovare una soluzione particolare  $X_P$  ed una base  $B$  dello spazio delle soluzioni del sistema omogeneo associato.

.....  
3) Sia  $A(1, \sqrt{47}, -10)$ . Sulla retta  $r : y = z + 9 = 0$  trovare due punti  $B$  e  $C$  tali che il triangolo  $ABC$  sia equilatero.

.....  
4) Siano  $A(-1, 0, 0)$ ,  $B(0, t, 0)$  e  $C(0, 0, \sqrt{11})$ . Trovare i valori del parametro reale  $t$  per i quali il piano passante per  $A$ ,  $B$  e  $C$  forma col piano  $XZ$  un angolo di  $\frac{2}{3} \pi$  radianti.

.....  
5) Se esiste una conica passante per i punti  $A(-6, 3)$ ,  $B(-6, -1)$ ,  $C(-3, 1)$ ,  $D(0, 1)$ ,  $E(0, -1)$ ,  $F(6, 3)$  allora scrivere la sua equazione. Altrimenti spiegare brevemente il motivo per cui non esiste.

.....  
6) Sia  $S$  la sfera di centro  $C(-20, 1, 5)$  e passante per il punto  $A(-18, 1, -4)$ . Scrivere l'equazione del piano  $\pi$  tangente ad  $S$  nel punto  $A$ .

# GEOMETRIA

Nome ..... Cognome .....

16 Giugno 2015

Ingegneria ..... Matricola .....

In caso di esito sufficiente, desidero sostenere la **prova orale** [ ] **OGGI**

[ ] **Mercoledì 1 Luglio** (aula A-1.2 ore 11:00) [ ] **Mercoledì 22 Luglio** (aula A-1.2 ore 11:00)

1). Determinare, al variare del parametro reale  $t$ , il rango della matrice

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 8 & -3 & 0 \\ t & t^2 & 0 & 49 & -7 \\ 1 & 7 & 0 & t & -1 \end{bmatrix} ..$$

2) Trovare i parametri direttori della retta  $r$  passante per il punto  $A(-2, 0, 0)$  ed incidente le rette  $s : z + 3 = y - 12x = 0$  e  $t : y - 4 = z + 16x = 0$ .

3) Trovare per quali valori del parametro reale  $t$  l'area del triangolo di vertici  $O(0, 0, 0)$ ,  $A(t, -t, t)$  e  $B(0, -12, 12)$  vale 156.

4) Scrivere l'equazione del piano perpendicolare al piano  $9x + 3y + 25z + 5 = 0$ , parallelo alla retta  $x - 3y + 13 = z - 4y + 17 = 0$  e passante per il punto  $A(9, 3, -1)$ .

5) Sulla retta passante per l'origine  $O(0, 0, 0)$  e perpendicolare al piano  $2x + y + 3z - 11 = 0$ , trovare i punti che distano 12 dal piano  $x - 2y + 2z = 0$ .

6) Trovare l'equazione canonica della seguente conica  $3x^2 - 2\sqrt{3}xy + y^2 + x + \sqrt{3}y - 5 = 0$ .

Poi, classificarla.

# GEOMETRIA

Nome ..... Cognome .....

01 Luglio 2015

Ingegneria ..... Matricola .....

In caso di esito sufficiente, desidero sostenere la **prova orale** [ ] **OGGI** (inizio ore 12:00)

[ ] **Mercoledì 22 Luglio** (aula MAGNA ore 11:00)

- 1) Sia  $A = \begin{bmatrix} t^2 - 1 & 0 & 1 \\ 1 & t + 1 & 1 \\ 0 & 0 & t - 1 \end{bmatrix}$  una matrice dipendente da un parametro reale  $t$ . Trovare i **valori** di  $t$  per i quali uno degli autovalori di  $A$  ha molteplicità algebrica maggiore o uguale a due.

- 2) Trovare una **base** per lo spazio  $U(w, x, y, z)$  delle soluzioni del sistema lineare omogeneo:  
 $w + 2x = 2w - 3y + z = w - 2x - 3y + z = 0$ . (**non cambiare l'ordine delle incognite**)

- 3) Siano  $A, B$  e  $C$  i punti di intersezione del piano di equazione  $x - 2y + z + 18 = 0$  con gli assi coordinati  $X, Y$  e  $Z$  rispettivamente. Determinare l'**ortocentro** (punto d'incontro delle altezze) del triangolo  $ABC$ .

- 4) Scrivere l'equazione del **piano** passante per il punto  $A(1, -1, 1)$ , perpendicolare al piano  $5x - 3y - z = 0$  e parallelo alla retta  $x = 3y + z = 0$ .

- 5) Trovare la **distanza** tra le rette  $4x + 2y + z = 2x + y - 2z = 0$  e  $3x + 3y - z = x + y + z + 4 = 0$ .

- 6) Trovare l'equazione **canonica** della seguente conica  $x^2 + 4xy + y^2 - 4x - 2y - 2 = 0$ . Poi, classificarla.

# GEOMETRIA

Nome ..... **Cognome** .....

**22 Luglio 2015**

Ingegneria ..... Matricola .....

L'esito dello scritto verrà comunicato a **TUTTI** oggi in aula magna alle ore 12:00; subito dopo inizierà la prova orale **SOLO** per coloro che avranno conseguito una votazione sufficiente.

1) Determinare per quale valore del parametro reale  $t$  la matrice  $A(t) = \begin{bmatrix} t^3 - 8 & 3 & 1 \\ 0 & t^2 - 2t & 0 \\ 0 & t - 2 & t^2 - 4 \end{bmatrix}$

ha lo zero come **unico** autovalore. Poi, per tale valore, scrivere una **base** per l'autospazio.

2) Sia  $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + 2y + 3z = 0\}$ . Sia  $B = \{(t^3, t^2, -t(t+2)), (-16, 8, 0)\}$ . Determinare per quali valori del parametro reale  $t$  l'insieme  $B$  è una **base** del sottospazio  $S$ .

3) Determinare per quali valori del parametro reale  $t$  le equazioni  $\alpha : tx + t^2y + tz = 0$ ,  $\beta : x - 6y + t = 0$  e  $\gamma : z + 6 = 0$  rappresentano tre **piani** appartenenti ad uno **stesso** fascio.

4) Scrivere i parametri direttori della retta passante per l'origine  $O(0,0,0)$  ed incidente le rette  $r: y = 4x - y - 5z - 19 = 0$  e  $s: y - z = x - 3y + 2z - 17 = 0$ .

5) Trovare i piani contenenti l'asse  $Y$  e formanti un angolo di  $\pi/3$  radianti col piano  $\sqrt{3}x - z = 0$ .

6) Trovare l'equazione canonica della conica  $7x^2 + 10\sqrt{3}xy - 3y^2 - 30x + 6\sqrt{3}y - 9 = 0$ .

Poi, classificarla.

# GEOMETRIA

Nome ..... **Cognome** .....

**11 Settembre 2015**

Ingegneria ..... Matricola .....

L'esito dello scritto verrà comunicato a tutti **OGGI** in aula MAGNA alle ore 12:00; subito dopo inizierà la prova orale solo per coloro che avranno conseguito una votazione sufficiente.

1) Siano  $A = \begin{bmatrix} 1 & 8 \\ 1 & 9 \end{bmatrix}$  e  $B = \begin{bmatrix} -1 & -7 \\ -8 & -55 \end{bmatrix}$ . Trovare la **MATRICE**  $C = (A^{-1}) \times (B^{-1})$ .

.....  
2) Trovare una **BASE** per ogni autospazio della matrice

$$D = \begin{bmatrix} -10 & 27 & 0 \\ 0 & -7 & 0 \\ 3 & -27 & -7 \end{bmatrix}.$$

.....  
3) Trovare la **DISTANZA** tra le rette  $r : 2y - 4z + 2 = x - 2 = 0$  e  $s : 2y - 4z = x + 2y - 4z = 0$ .

.....  
4) Trovare i **PARAMETRI DIRETTORI** della retta di minima distanza tra le rette

$$r : 9x - z = y = 0 \quad \text{e} \quad s : y - 3z = x - 18 = 0.$$

.....  
5) Sulla retta  $r$  passante per il punto  $A(-1, 2, 0)$  e perpendicolare al piano  $\pi : x + y - 2z = 0$ , trovare i **PUNTI** che distano 5 dal piano  $\pi' : y - 3 = 0$ .

.....  
6) Trovare l'**EQUAZIONE CANONICA** della conica  $3x^2 + 2xy + 3y^2 - 4x - 12y + 8 = 0$ .  
Poi, classificarla.