Lunedì 18 Gennaio ore 10:00

Titolo nota 18/01/2021

Buongiorno!

Sist. lineare <u>NON</u> omogeneo di 5 equaz. in 3 incognite avente un'unica soluzione. Altrimenti motivare il perché.

incognite (x, y, z)

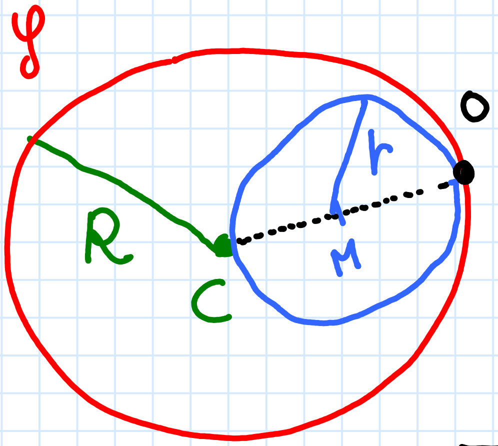
un'unica soluzione $\overset{x_0\ y_0\ z_0}{(1, 2, 0)}$

$$\begin{cases} 3x + y - z = 5 \leftarrow \text{NON omogeneo} \\ 2y + z = 4 \\ 7z = 0 \\ 3x + 3y = 9 \\ 2y + 8z = 4 \end{cases}$$

21/01/2015

Sfera $\mathcal{S}: x^2 + y^2 + z^2 + x + 2y + 3z = 0$. manca termine noto $O \in \mathcal{S}$

Scrivere l'equazione di una delle due sfere tangenti a $\mathcal{S}$ nell'origine e aventi il raggio uguale alla metà del raggio di $\mathcal{S}$. Inoltre, dire se la sfera è tang. int. o est.



$C\left(\frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}\right)$

$O(0,0,0)$

$M\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$

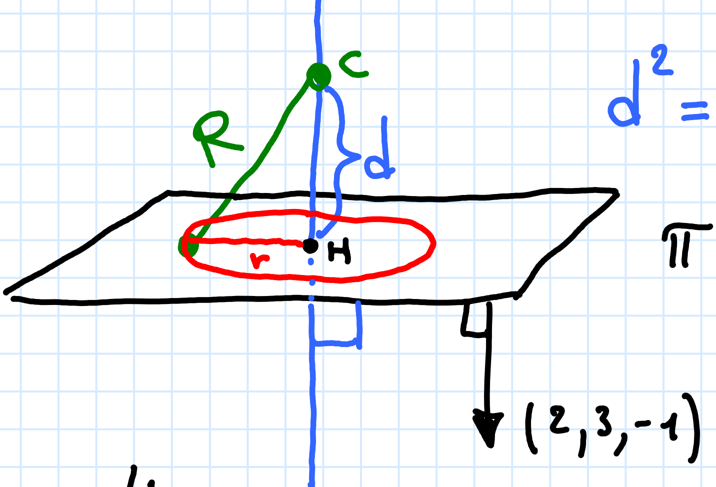
$$R = d(C,O) = \sqrt{\left(\frac{1}{2}-0\right)^2 + (1-0)^2 + \left(\frac{3}{2}-0\right)^2}$$

$$r = \frac{1}{2} R$$

$$(x - \underset{\frac{1}{4}}{\underset{\downarrow}{x_M}})^2 + (y - \underset{\frac{1}{2}}{\underset{\downarrow}{y_M}})^2 + (z - \underset{\frac{3}{4}}{\underset{\downarrow}{z_M}}) = r^2$$

Centri di due sfere di raggio $R = 15$ che secano il piano $\pi: 2x + 3y - z = 0$ nella circonferenza di centro $H(3,-2,0)$ e raggio $r = 13$.

$\leftarrow s : H \in s$ et $s \perp \pi$



$$d^2 = R^2 - r^2 = 15^2 - 13^2$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{d^2 = 56}$$

$\underset{l\ \ m\ \ n}{(2,3,-1)} \,//\, s$ et $H(\underset{x_0}{3}, \underset{y_0}{-2}, \underset{z_0}{0}) \in s$

$$s: \begin{cases} x = 2t + 3 \\ y = 3t - 2 \\ z = -t \end{cases}$$

$$C \in s \Rightarrow C(2t+3,\ 3t-2,\ -t)$$

$$H(3, -2, 0)$$

impongo che $d(C, H) = \sqrt{56} = d$

$$\sqrt{[(2t+3)-3]^2 + [(3t-2)-(-2)]^2 + [(-t)-0]^2} = \sqrt{56}$$

$$4t^2 + 9t^2 + t^2 = 56$$

$$\cancel{14}t^2 = 56 = 4 \cdot \cancel{14}$$

$$t^2 = 4 \Rightarrow t = \pm 2$$

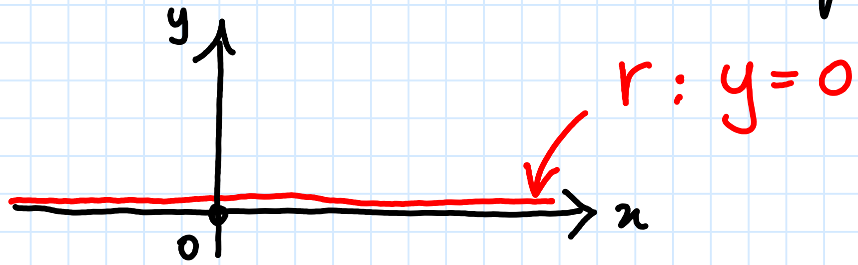
$$C(2t+3,\ 3t-2,\ -t)$$

$$t_1 = +2 \Rightarrow C_1(7, 4, -2)$$

$$t_2 = -2 \Rightarrow C_2(-1, -8, +2)$$

Se possibile, scrivere le equazioni di due coniche distinte tali che la loro

intersezione sia costituita da tutti e soli i punti dell'asse X.
Altrimenti motivare la risposta.



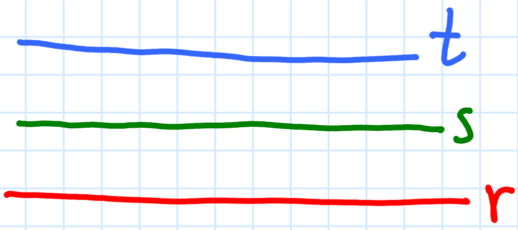
$\mathscr{C}_1 : r \cup s$

$\mathscr{C}_2 : r \cup t$

$\mathscr{C}_1 \cap \mathscr{C}_2 = r$

$\Downarrow (1) \qquad \Rightarrow (2)$

$s \cap t = \phi \qquad s \cap t = \{A\}$ $\quad A \in r$

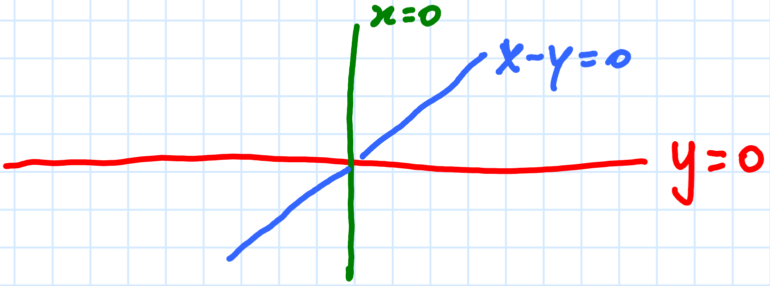


$s \cap r = \phi \; ; \; t \cap r = \phi$

$s \cap t = \phi$

<u>esempio</u> $\quad s : y-1=0 \qquad t : y-2=0$

$\mathscr{C}_1 : y \cdot (y-1) = 0 \qquad \mathscr{C}_2 : y \cdot (y-2) = 0$



$\mathscr{C}_1 : y \cdot x = 0$

$\mathscr{C}_2 : y \cdot (x-y) = 0$

Sist. lin. OMOGENEO 2 eq. 4 inc.
tale che $\begin{array}{cccc} w & x & y & z \end{array}$ $(1, 2, -1, 0)$ sia una delle sue autosoluzioni

(w, x, y, z)

$$\begin{cases} \boxed{1} w + \boxed{1} x + \boxed{3} y + \boxed{3} z = 0 \\ 0w + 5x + 10y + 115z = 0 \end{cases}$$

29/06/2016 $t \in \mathbb{R}$ tale che la matrice

$$A(t) = \begin{bmatrix} (t^2-1) & 0 & 1 \\ 1 & (t+1) & 1 \\ 0 & 0 & (t-1) \end{bmatrix}$$

<u>NON</u> ha 3 autovalori reali anche a due distinti tra loro. Inoltre, per ogni t scrivere gli autovalori distinti di A.

$$P_A(\lambda) = \det \begin{bmatrix} [(t^2-1)-\lambda] & 0 & 1 \\ 1 & [(t+1)-\lambda] & 1 \\ 0 & 0 & [(t-1)-\lambda] \end{bmatrix} =$$

$$= [(t-1)-\lambda] \cdot [(t^2-1)-\lambda] \cdot [(t+1)-\lambda];$$

$$\lambda_1 = t-1; \quad \lambda_2 = t^2-1 = (t-1)(t+1); \quad \lambda_3 = t+1$$

$\lambda_1 = t-1$

$\lambda_2 = t^2-1$

$\lambda_3 = t+1$

$\lambda_1=\lambda_2$ oppure $\lambda_1=\lambda_3$ oppure $\lambda_2=\lambda_3$

$\lambda_1=\lambda_2 \iff t-1=t^2-1 \iff t^2-t=0 \iff t(t-1)=0$

$\lambda_1=\lambda_2 \iff t=0$ oppure $t=1$

$\lambda_1=\lambda_3 \iff t-1=t+1 \iff 2=0$ MAI

$\lambda_2=\lambda_3 \iff t^2-1=t+1 \iff t^2-t-2=0 \iff (t-2)\cdot(t+1)=0$

$\lambda_2=\lambda_3 \iff t=2$ oppure $t=-1$

QUINDI, i valori di t sono

$$-1, 0, +1, +2$$

$\lambda_1=t-1$, $\lambda_2=t^2-1$; $\lambda_3=t+1$

$\boxed{t=-1} \Rightarrow \lambda_1=-2$; $\lambda_2=\lambda_3=0$

$\boxed{t=0} \Rightarrow \lambda_1=\lambda_2=-1$; $\lambda_3=+1$

$\boxed{t=1} \Rightarrow \lambda_1=\lambda_2=0$; $\lambda_3=2$

$\boxed{t=+2} \Rightarrow \lambda_1=1$; $\lambda_2=\lambda_3=+3$

$V_{\mathbb{R}}$ $\quad U \leq V_{\mathbb{R}}$

$U = \langle u_1, u_2, \dots, u_n \rangle$

$T \leq V_{\mathbb{R}}$

$T = \langle v, u_1, u_2, \dots, u_n \rangle$

$U = T \iff v \in U$

$$\boxed{\begin{array}{l} U \subseteq T \\ w \in U \Rightarrow w = \alpha_1 u_1 + \dots + \alpha_n u_n \Rightarrow \\ \Rightarrow w = 0 \cdot v + \alpha_1 u_1 + \dots + \alpha_n u_n \Rightarrow \\ \Rightarrow w \in T \end{array}}$$

$\overbrace{U = T}^{Hp} \Rightarrow v \in U$ (facilissimo)

$v \in T$ et $\underbrace{T = U}_{Hp} \Rightarrow v \in U$

parte più importante è DIMOSTRARE

che $\underbrace{v \in U}_{Hp} \Longrightarrow \underbrace{U = T}_{Th.}$ → $U \subseteq T$ già provato

→ $\underbrace{T \subseteq U}$ DA PROVARE

$\underbrace{v \in U}_{Hp} \Longrightarrow \underbrace{T \subseteq U}_{Th}$

$\underbrace{w \in T}_{\text{partenza}}$ **DEVO** provare che $\underbrace{w \in U}_{\text{arrivo}}$

$$w = \beta \cdot v + \alpha_1 u_1 + \alpha_2 u_2 + \dots + \alpha_n u_n$$

$$w = \beta \cdot \Big(\underbrace{\gamma_1 u_1 + \gamma_2 u_2 + \dots + \gamma_n u_n}_{v} \Big) + \alpha_1 u_1 + \alpha_2 u_2 + \dots + \alpha_n u_n$$

$$w = \underbrace{(\beta \cdot \gamma_1 + \alpha_1)}_{\delta_1} \cdot u_1 + \underbrace{(\beta \cdot \gamma_2 + \alpha_2)}_{\delta_2} u_2 + \dots + \underbrace{(\beta \cdot \gamma_n + \alpha_n)}_{\delta_3} u_n$$

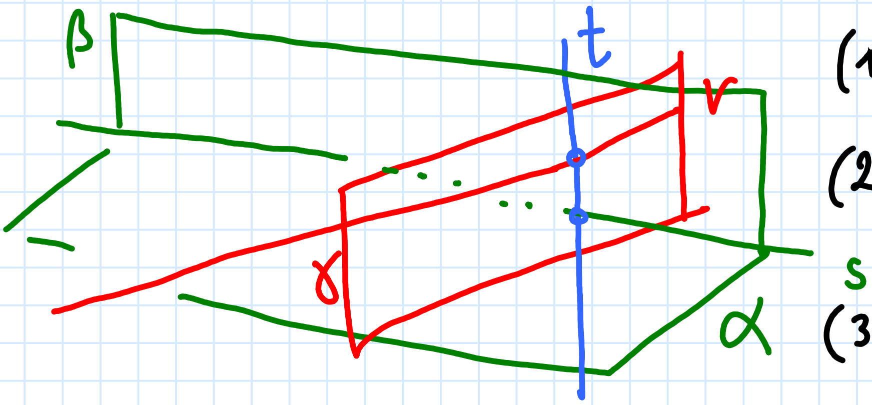
$$w = \delta_1 \cdot u_1 + \delta_2 \cdot u_2 + \dots + \delta_n \cdot u_n$$

$$w \in \langle u_1, u_2, \dots, u_n \rangle = U$$

$w \in U$ <u>arrivo</u>

$r:\ \dfrac{1}{\qquad} = \dfrac{2}{\qquad} = 0$

$s:\ \dfrac{3}{\qquad} = \dfrac{4}{\qquad} = 0$



(1) $\alpha : \alpha \in F(s)$ et $\alpha \parallel r$

(2) $\beta : \beta \in F(s)$ et $\beta \perp \alpha$

(3) $\gamma : \gamma \in F(r)$ et $\gamma \perp \alpha$

$\alpha \in F(s)$ $\qquad \lambda \cdot (\underline{\quad 3 \quad}) + \mu(\underline{\quad 4 \quad}) = 0$

$\gamma \in F(r)$ $\qquad \lambda \cdot (\underline{\quad 1 \quad}) + \mu(\underline{\quad 2 \quad}) = 0$

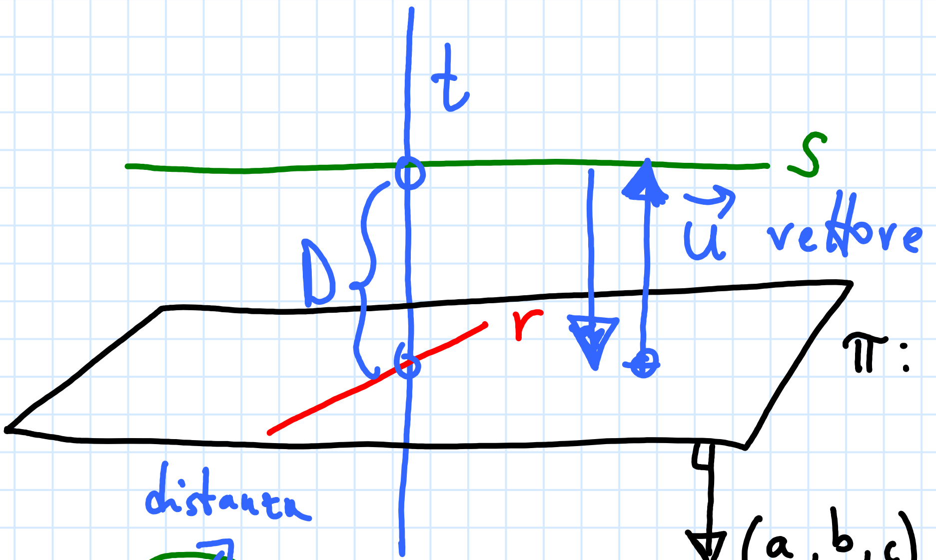
21/01/2015 $\qquad r: 2x + 7z - 81 = y + 3z = 0$

$\qquad s: 2x - 7y = 2x - 2y + z = 0$

t retta di minima distanza

e sia D la distanza tra r e s

Trovare le componenti dei due vettori aventi la direzione di t e lunghezza D.



$\downarrow (a,b,c) = \vec{v}$ lo trova

$$\vec{u} = \frac{D}{\|\vec{v}\|} \cdot \vec{v} = h(a,b,c) = (ha, hb, hc)$$

h

$\|\vec{v}\| \to \sqrt{a^2+b^2+c^2}$
