

Teorema. Sia A una matrice quadrata di ordine n e sia A^T la trasposta della matrice A .

Se esiste l'inversa di A , allora la trasposta dell'inversa di A è l'inversa di A^T ovvero.

$$(A^{-1})^T = (A^T)^{-1}$$

Dimostrazione. Sia $B := A^{-1}$ e sia $C = B^T = (A^{-1})^T$. Si ha che:

$$(1) \quad A^T C = A^T B^T = \text{invertendo l'ordine dei fattori} = (B A)^T = (A^{-1} A)^T = (I_n)^T = I_n ;$$

$$(2) \quad C A^T = B^T A^T = \text{invertendo l'ordine dei fattori} = (A B)^T = (A A^{-1})^T = (I_n)^T = I_n .$$

Quindi, la matrice C si comporta da inversa della matrice A^T .

Per l'unicità dell'inversa, si ha che $C = (A^T)^{-1}$ ovvero $(A^{-1})^T = (A^T)^{-1}$.