

# GEOMETRIA

Nome ..... Cognome .....

**20 Gennaio 2016**

Ingegneria ..... Matricola .....

In caso di esito sufficiente, desidero sostenere la **prova orale** [ ] **OGGI** (ore 15:00)

[ ] **Mercoledì 27/01/2016** ore 9:00 (l'aula verrà comunicata con un avviso)

[ ] **Mercoledì 03/02/2016**

[ ] **Martedì 23/02/2016**

1) Trovare autovalori ed autovettori della matrice  $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -8 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ .

2) Scrivere l'equazione del piano passante per il punto  $A(9, \sqrt{5}, 23)$ , parallelo alla retta  $r : x + 3y - 7 = 2y + z + 9 = 0$  e perpendicolare al piano  $\pi : 3x + 2z + 13 = 0$ .

3) Trovare la distanza tra le rette  $r : x + 3y - 27 = y - 2z = 0$  e  $s : 3x + 5z = x + 2y + 2z = 0$ .

4) Sia  $r$  la retta parallela all'asse  $Z$  e passante per  $A(2\sqrt{7}, 2\sqrt{7}, \sqrt{3})$ . Trovare i piani che contengono  $r$  e formano un angolo di  $\pi/4$  radianti con il piano  $XZ$ .

5) Trovare l'equazione canonica della conica:  $3x^2 + 10\sqrt{3}xy - 7y^2 + 4\sqrt{3}x - 44y - 52 = 0$   
Poi, classificarla.

6) Scrivere l'equazione di una sfera e l'equazione del piano la cui intersezione sia la circonferenza che passa per i punti  $O(0, 0, 0)$ ,  $A(7, 0, 0)$  e  $B(0, 0, -12)$ .

# GEOMETRIA

Nome ..... Cognome .....

**3 Febbraio 2016**

Ingegneria ..... Matricola .....

In caso di esito sufficiente, desidero sostenere la **prova orale**  **OGGI** (ore 15:00)

**Domani** ore 9:00

**Mercoledì 10/02/2016** ore 9:00

**Martedì 23/02/2016**

1) Trovare una base per lo spazio delle soluzioni del seguente sistema lineare omogeneo:

$$3x - y + 11z = x - y + 9z = 2x + y - 6z = 0.$$

.....

2) Tra le rette passanti per il punto  $A(3, 0, -1)$  trovare, **se esiste**, quella che si appoggia all'asse  $X$  e alla retta  $r : x = z + 7 = 0$ . **Se non esiste**, motivare brevemente perché.

.....

3) Trovare la distanza tra le seguenti rette:  $r : x - 3z = y = 0$  e  $s : x - 3z + 10 = y - 3 = 0$ .

.....

4) Sulla retta  $r$  passante per il punto  $A(-3, 2, 5)$  e parallela all'asse  $Z$  trovare i punti che hanno distanza  $1$  dal piano  $\pi : 2x - 2y + z - 5 = 0$ .

.....

5) Trovare l'equazione canonica e classificare la conica di equazione

$$4x^2 - 2\sqrt{3}xy + 2y^2 - 8x + 2\sqrt{3}y - 1 = 0.$$

.....

6) Sia  $\Sigma$  la sfera di centro l'origine  $O(0, 0, 0)$  e passante per  $A(0, -5, 0)$ . Sia  $\pi$  il piano parallelo al piano  $YZ$  e passante per il punto  $B(-4, -3, 2)$ . Trovare il centro e il raggio della circonferenza  $C$  ottenuta secando la sfera  $\Sigma$  col piano  $\pi$ .

# GEOMETRIA

Nome ..... Cognome .....

**23 Febbraio 2016**

Ingegneria ..... Matricola .....

In caso di esito sufficiente, desidero sostenere la **prova orale** [ ] **Domani** ore 9:00

[ ] **URGENTE** oggi pomeriggio ore 17:00

- 1) Sia  $A = \begin{bmatrix} 1 & -t & 2 \\ 0 & -5 & (t-4) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  con  $t$  parametro reale. Se esistono, trovare i **valori di  $t$**  per i quali la matrice  $A$  è diagonalizzabile (cioè esiste una base di  $\mathbb{R}^3$  formata da autovettori di  $A$ ).

- 2) Scrivere delle **equazioni** per la retta di minima distanza delle rette (sghembe)  $r : z - 2 = y - 4z = 0$  e  $s : z - 4 = 4x - 3z = 0$ .

- 3) Trovare le **coordinate dei punti** della retta  $r : 3x - 2y = 2z + 5 = 0$  che si trovano a distanza 1 dal piano  $\alpha : x - 4 = 0$ .

- 4) Sia  $\alpha$  il piano passante per i punti  $A(-2, 0, 0)$ ,  $B(0, t, 0)$  e  $C(0, 0, 2\sqrt{2})$ . Trovare i **valori di  $t$**  per i quali il piano  $\alpha$  forma un angolo di  $\pi/3$  radianti con l'asse  $Y$ .

- 5) Scrivere l'**equazione canonica** della conica  $x^2 - 10xy + y^2 + 10x - 2y + 1 = 0$ . Poi, classificarla.

- 6) Stabilire la **mutua posizione** delle sfere seguenti:

$$S_1 : x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 16y + 16z = 0 \text{ e}$$

$$S_2 : x^2 + y^2 + z^2 - 12x - 24y + 24z + 299 = 0$$

# GEOMETRIA

Nome ..... **Cognome** .....

**15 Giugno 2016**

Ingegneria ..... Matricola .....

In caso di esito sufficiente, desidero sostenere la **prova orale** [ ] **OGGI** (aula A-1.6 ore 12:00)

[ ] **Mercoledì 29 Giugno** (aula A-1.4 ore 11:30) [ ] **Martedì 19 Luglio** (aula A-1.4 ore 11:30)

1) Sia A la matrice avente come righe i vettori  $(t, t^2, 0, 49, -7)$ ,  $(1, 7, 0, t, -1)$  e  $(0, 0, 8, -3, 0)$ .  
Determinare, al variare del parametro reale t, il rango della matrice A.

2) Trovare le equazioni della retta r passante per il punto  $A(-2, 0, 0)$  ed incidente le rette  
 $s : z + 3 = y - 12x = 0$  e  $t : y - 4 = z + 16x = 0$ .

3) Trovare per quali valori del parametro reale t l'area del triangolo di vertici  $O(0, 0, 0)$ ,  $A(t, -t, t)$   
e  $B(0, -12, 12)$  vale 156.

4) Scrivere l'equazione del piano perpendicolare al piano  $9x + 3y + 25z + 5 = 0$ , parallelo alla  
retta  $x - 3y + 13 = z - 4y + 17 = 0$  e passante per il punto  $A(9, 3, -1)$ .

5) Sulla retta passante per l'origine  $O(0, 0, 0)$  e perpendicolare al piano  $2x + y + 3z - 11 = 0$ ,  
trovare i punti che distano 12 dal piano  $x - 2y + 2z = 0$ .

6) Trovare l'equazione **canonica** della seguente conica  $3x^2 - 2\sqrt{3}xy + y^2 + x + \sqrt{3}y - 5 = 0$ .

Poi, classificarla.

# GEOMETRIA

Nome ..... Cognome .....

**29 Giugno 2016**

Ingegneria ..... Matricola .....

In caso di esito sufficiente, desidero sostenere la **prova orale** [ ] **OGGI** (aula magna ore 12:00)

[ ] **Martedì 19 Luglio** (aula A-1.4 ore 11:30)

1) Determinare per quali **valori** del parametro reale  $t$  la matrice  $A(t) = \begin{bmatrix} t^2 - 1 & 0 & 1 \\ 1 & t + 1 & 1 \\ 0 & 0 & t - 1 \end{bmatrix}$

**NON** ha tre autovalori reali a due a due distinti tra loro, ovvero ha almeno due autovalori uguali. Inoltre, per ognuno di tali valori del parametro  $t$ , scrivere gli **autovalori** distinti di  $A(t)$ .

2) Trovare una **base** per lo spazio  $U(w, x, y, z)$  delle soluzioni del sistema lineare omogeneo:  
 $w + 2x = 2w - 3y + z = w - 2x - 3y + z = 0$ . (non cambiare l'ordine delle incognite)

3) Siano  $A, B$  e  $C$  i punti di intersezione del piano di equazione  $x - 2y + z + 18 = 0$  con gli assi coordinati  $X, Y$  e  $Z$  rispettivamente. Determinare l'**ortocentro** (punto d'incontro delle altezze) del triangolo  $ABC$ .

4) Scrivere l'equazione del **piano** passante per il punto  $A(1, -1, 1)$ , perpendicolare al piano  $5x - 3y - z = 0$  e parallelo alla retta  $x = 3y + z = 0$ .

5) Trovare la **distanza** tra le rette:  
 $r : 4x + 2y + z = 2x + y - 2z = 0$  e  
 $s : 3x + 3y - z = x + y + z + 4 = 0$ .

6) Trovare l'equazione **canonica** della seguente conica  $x^2 + 4xy + y^2 - 4x - 2y - 2 = 0$ . Poi, classificarla.

# GEOMETRIA

Nome ..... Cognome .....

**19 Luglio 2016**

Ingegneria ....., Matricola .....

In caso di esito sufficiente, è possibile sostenere l'orale **solo oggi** alle ore 12:00.

1) Trovare una base per ogni autospazio della matrice

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

.....  
2) **Al variare** del parametro reale  $t$ , stabilire **quante e quali** sono le soluzioni del sistema lineare nelle incognite  $(x, y)$ :  $20x - tx + ty - t = tx - 20x + 5y + t = 0$ .

.....  
3) Scrivere le equazioni dei piani paralleli al piano  $YZ$  e aventi da esso una distanza uguale a quella tra l'origine  $O(0,0,0)$  e la retta  $r$  di equazione  $2x - 5y - 29 = z = 0$

.....  
4) Siano  $A(0, -1, 2)$  e  $B(t, 0, 0)$ . Trovare i valori del parametro reale  $t$  per i quali la retta  $r$  passante per  $A$  e  $B$  forma col piano  $YZ$  un angolo di  $\pi/3$  radianti.

.....  
5) Trovare l'equazione canonica e classificare la conica di equazione  $2x^2 + 2\sqrt{10}xy + 5y^2 - 4x - 2\sqrt{10}y + 23 = 0$

.....  
6) Scrivere l'equazione della sfera tangente al piano  $\pi : 4x - 3y - 5z = 0$  in  $O(0,0,0)$  e avente il centro sul piano  $\pi' : 2y + 3 = 0$

# GEOMETRIA

Nome ..... Cognome .....

**14 Settembre 2016** Ingegneria ....., Matricola .....

In caso di esito sufficiente, è possibile sostenere l'orale **solo oggi** alle ore 17:00.

- 1) Sia  $A = \begin{bmatrix} 1 & -t & 2 \\ 0 & -5 & (t-4) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  con  $t$  parametro reale. Se esistono, trovare i **valori di  $t$**  per i quali la matrice  $A$  è diagonalizzabile (cioè esiste una base di  $\mathbb{R}^3$  formata da autovettori di  $A$ ).

- 2) Trovare i **parametri direttori** della retta che passa per  $A(0, 0, 3)$  e si appoggia alle rette:  $r : y - 8 = z - 2 = 0$  e  $s : x - 3 = z - 4 = 0$ .

- 3) Calcolare la **distanza** tra le rette  $r : 4x - z = y + 10 = 0$  e  $s : x = 2y - z - 1 = 0$ .

- 4) Sia  $\alpha$  il piano passante per i punti  $A(-2, 0, 0)$ ,  $B(0, t, 0)$  e  $C(0, 0, 2\sqrt{2})$ . Trovare i **valori di  $t$**  per i quali il piano  $\alpha$  forma un angolo di  $\pi/3$  radianti con l'asse  $Y$ .

- 5) Scrivere l'**equazione canonica** della conica  $x^2 + 4xy + y^2 - 2x - 4y - 2 = 0$ .  
Poi, classificarla.

- 6) Scrivere l'**equazione** della **sfera** che ha il centro sul piano  $\pi : 2y + 5 = 0$  ed è tangente al piano  $\pi' : x + 5y - 3z = 0$  nel punto  $A(3, 0, 1)$ .