Analisi Matematica II, Scritto A. Durata della prova: 2 ore **09.09.14**

Firma: .....

Cognome: ..... **Nome:** .....

Matricola: ..... **Corso di Laurea:** .....

Esercizio 1

Data l'equazione

$$f(x;y;z) = y^2 + zx + z^2 - 5^z - 4,$$

verificare che in un intorno del punto $P = (0,5,2)$ è possibile esplicitare la variabile z come $z = h(x,y)$. Scrivere l'equazione del piano tangente ad h in $(0,5)$ e calcolare $h_{xx}(0,5)$.

Esercizio 2

Utilizzando opportunamente i teoremi studiati, calcolare il flusso del campo $\vec{F}(x,y,z) = (x,2y,z)$ attraverso la superficie esterna della regione

$$D = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ (x,y) \in [-1,1] \times [-1,1],\ 0 \le z \le x^2 - y^2 + 1\right\}.$$

Enunciare il teorema o la definizione che viene applicata.

Esercizio 3

Studiare il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' + \frac{xy}{4-x^2} = x \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

Domanda 1

Enunciare il teorema di convergenza puntuale per la serie di Fourier. Si disegni il grafico della funzione

$$f(x) = \begin{cases} -x & \text{se } 0 \le x \le \frac{\pi}{2} \\ -\frac{4}{\pi}x + 4 & \text{se } \frac{\pi}{2} < x \le \pi, \end{cases}$$

dopo averla prolungata dispari a $[-\pi, 0]$ e quindi periodica di 2π; si stabilisca a chi converge la serie di Fourier ad essa associata (senza calcolarne i coefficienti) .

Risposta