Analisi Matematica II, Scritto B. Durata della prova: 2 ore **09.09.14**

Firma: .....

Cognome: ..... **Nome:** .....

Matricola: ..... **Corso di Laurea:** .....

Esercizio 1

Data l'equazione

$$f(x;y;z) = zy + x^2 - 4^z + z^2 - 4,$$

verificare che in un intorno del punto $P = (4, 0, 2)$ è possibile esplicitare la variabile z come $z = h(x, y)$. Scrivere l'equazione del piano tangente ad h in $(4, 0)$ e calcolare $h_{xx}(4, 0)$.

Esercizio 2

Utilizzando opportunamente i teoremi studiati, calcolare il flusso del campo $\vec{F}(x, y, z) = (-2x, y, 3z)$ attraverso la superficie esterna della regione

$$D = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ (x, y) \in [0, 1] \times [0, 1],\ y^2 - x^2 - 1 \leq z \leq 0\right\}.$$

Enunciare il teorema o la definizione che viene applicata.

Esercizio 3

Studiare il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' - \frac{ty}{9-t^2} - t = 0 \\ y(0) = -1. \end{cases}$$

Domanda 1

Enunciare il teorema di convergenza puntuale per la serie di Fourier. Si disegni il grafico della funzione

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{se } 0 \leq x < \frac{\pi}{2} \\ \frac{\pi}{2} - x & \text{se } \frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi, \end{cases}$$

dopo averla prolungata pari a $[-\pi, 0]$ e quindi periodica di 2π; si stabilisca a chi converge la serie di Fourier ad essa associata (senza calcolarne i coefficienti) .

Risposta