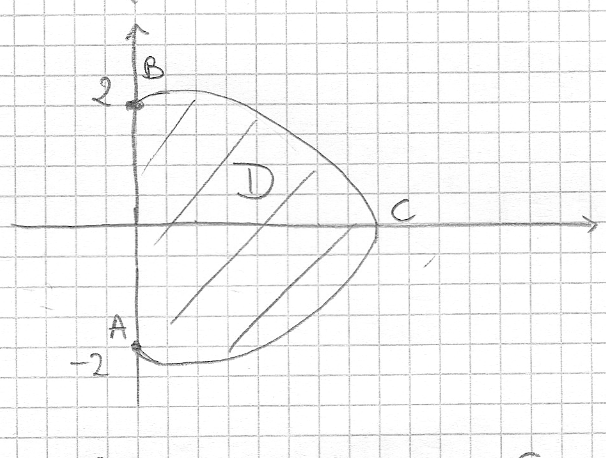
Esercizio 2

Risulta $\left(x\left(\frac{\pi}{2}\right), y\left(\frac{\pi}{2}\right)\right) = (0, 2)$

$$\left(x\left(\frac{3}{2}\pi\right), y\left(\frac{3}{2}\pi\right)\right) = (0, -2)$$

Quindi la regione di cui vogliamo calcolare l'area è qualcosa del tipo



Una delle formule di Gauss-Green per il calcolo dell'area è

$$\text{Area}(D) = \iint_D dx\,dy = -\int_{\partial^+ D} y\,dx$$

Quindi nel nostro caso

$$\text{Area}(D) = -\int_{ACBA} y\,dx = \int_{ABCA} y\,dx =$$

$$= \underbrace{\cancel{\int_{AB} y\,dx}}_{=0} + \int_{BCA} y\,dx = \int_{BCA} y\,dx =$$

$$= \int_{\pi/2}^{3/2\pi} (2\sin t - \sin 2t)(2\sin t - 2\sin 2t)\,dt =$$

$$= \int_{\pi/2}^{3/2\pi} (4\sin^2 t - 4\sin t \sin 2t - 2\sin t \sin 2t + 2\sin^2 2t)\,dt =$$

$$= \int_{\pi/2}^{3/2\pi} \left(\cancel{4}^{\,2} \cdot \frac{1-\cos 2t}{\cancel{2}_{\,1}} - 12\sin^2 t \cos t + \cancel{2} \cdot \frac{1-\cos 4t}{\cancel{2}}\right) dt =$$

$$= 2\pi - \left[\sin 2t\right|_{\pi/2}^{3/2\pi} - \cancel{12}^{\,4} \left[\frac{\sin^3 t}{\cancel{3}}\right|_{\pi/2}^{3/2\pi} + \pi - \left[\frac{\sin 4t}{4}\right|_{\pi/2}^{3/2\pi} =$$

$$= 3\pi - 4(-1-1) = 3\pi + 8$$