Analisi Matematica II, Scritto A. Durata della prova: 2 ore **09.01.15**

Firma: ....

Cognome: .... **Nome:** ....

Matricola: .... **Corso di Laurea:** ....

Esercizio 1

Dato il sistema di equazioni

$$\begin{cases} e^x \cos y - 1 + \ln(\cos z) = 0 \\ \sin(xz) - e^{x+y} + 1 = 0, \end{cases}$$

verificare che è possibile esplicitare in un intorno dell'origine le variabili x e y in funzione della variabile z. Dopo aver trovato lo sviluppo al primo e al secondo ordine delle due funzioni implicitamente definite, spiegare perchè l'origine è un punto critico per la funzione $x = x(z)$ e determinarne la natura.

Esercizio 2

Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{se } 0 \le x < \frac{\pi}{2} \\ -\frac{2}{\pi}(x - \frac{\pi}{2}) & \text{se } \frac{\pi}{2} \le x \le \pi, \end{cases}$$

disegnarla, prolungarla dispari a $[-\pi, 0]$ e scrivere la serie di Fourier ad essa associata. Studiare quindi la convergenza di tale serie.

Esercizio 3

Determinare l'integrale generale della seguente equazione differenziale

$$y'' - 5y' + 6y = xe^{3x}.$$

Domanda 1

Definire il flusso di un campo vettoriale attraverso una superficie.
Dato il campo

$$F(x, y, z) = \big(y^2, x, z\big)$$

e la superficie

$$\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x = 0,\ y \in [0, 1],\ z \in [0, 1]\},$$

calcolare il flusso di F attraverso Σ (si assuma come versore normale uscente quello avente prima coordinata positiva).

Risposta