Analisi Matematica II- PRIMO APPELLO- Scritto A. Durata della prova: 2 ore- 15.06.15

Firma: .....

Cognome: ..... **Nome:** .....

Matricola: ..... **Corso di Laurea:** .....

Esercizio 1

Data l' equazione

$$g(x,y) = y^2 - x^2 e^{-y} + \ln(1 - y^2 + x) - x\sin(y) - y = 0,$$

verificare che è possibile esplicitare in modo univoco, in un intorno dell'origine, la y in funzione della x. Determinare lo sviluppo di Taylor, in $x_0 = 0$, di tale funzione, fino al terzo ordine.

Esercizio 2

Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{se} \quad 0 \le x < \pi \\ -x+1 & \text{se} \quad -\pi \le x < 0, \end{cases},$$

prolungarla in $\mathbb{R}$ periodica di periodo 2π, disegnarla e scrivere la serie di Fourier ad essa associata. Studiare quindi la convergenza di tale serie.

Esercizio 3

Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 6y' + 9y = 8e^{3x} \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 7 \end{cases},$$

Domanda

Dato il dominio $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \le 1\}$,
calcolare il seguente integrale, utilizzando le formule di Green

$$\int_{\partial^+ D} xy^3 dx + y^2 x dy.$$

Risposta