



## **UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DELL'AQUILA CORSI DI INGEGNERIA**

**A.A. 2025/2026  
Geometria (canale B) ( I3D )  
- Zuanni Fulvio -**

(Aggiornato il 16-09-2025)

### **Contenuti del corso (abstract del programma):**

Vettori liberi. Spazi vettoriali reali. Matrici e determinanti. Sistemi lineari. Diagonalizzazione di una matrice quadrata. Elementi di Geometria affine del piano e dello spazio. Questioni metriche sui vettori liberi. Nozioni metriche nel piano e nello spazio. La circonferenza e le coniche nel piano euclideo. La sfera e la circonferenza nello spazio. Il cono e il cilindro.

### **Programma esteso:**

VETTORI LIBERI Segmenti equipollenti. Vettore libero. Vettori paralleli e vettori complanari. Somma di due vettori liberi e sue proprietà'. Prodotto di un vettore libero per uno scalare (numero reale) e sue proprietà'. Combinazioni lineari. Vettori liberi linearmente dipendenti e indipendenti. SPAZI VETTORIALI REALI Spazio vettoriale reale. Sottospazi vettoriali. Combinazioni lineari. Dipendenza ed indipendenza lineare. Generatori. Spazi finitamente generati. Basi. Dimensione di uno spazio vettoriale. MATRICI e DETERMINANTI Matrici. Somma di due matrici dello stesso tipo e sue proprietà'. Prodotto di una matrice per uno scalare e sue proprietà'. Prodotto (riga per colonna) di due matrici e sue proprietà'. Trasposta di una matrice e sue proprietà'. Spazio delle righe e spazio delle colonne. Rango per righe (o colonne) di una matrice. Trasformazioni elementari per righe. Matrici equivalenti (per righe). Matrici a scalini (per righe). Metodo di riduzione di Gauss-Jordan. Determinante di una matrice quadrata. Proprietà' del determinante. Teoremi di Laplace. Minori e rango per minori. Teorema degli orlati (enunciato). Aggiunta di una matrice. Matrice inversa. Cambiamento di base in uno spazio vettoriale. SISTEMI LINEARI Generalità'. Sistemi compatibili. Sistemi equivalenti. Teorema di Rouché-Capelli. Sistemi normali. Teorema di Cramer. Sistemi non normali compatibili. Sistemi omogenei. Autosoluzioni. Lo spazio delle soluzioni di un sistema omogeneo.

L'insieme delle soluzioni di un sistema compatibile. Metodo di eliminazione di Gauss per i sistemi lineari. DIAGONALIZZAZIONE DI UNA MATRICE QUADRATA Autovalori ed autovettori di una matrice quadrata. Polinomio caratteristico e molteplicità algebrica di un autovalore. Autospazio e molteplicità geometrica di un autovalore. Basi di autovettori. Matrici simili. Matrici diagonalizzabili. Diagonalizzazione di una matrice quadrata. QUESTIONI METRICHE SUI VETTORI LIBERI Angolo tra due vettori liberi. Prodotto scalare e sue proprietà. Prodotto vettoriale e sue proprietà. Prodotto misto e sue proprietà. Basi ortonormali dello spazio dei vettori liberi. ELEMENTI DI GEOMETRIA ANALITICA DEL PIANO Riferimento cartesiano ortonormale nel piano. Coordinate cartesiane nel piano. Componenti di un vettore libero in funzione delle coordinate degli estremi di un suo rappresentante. Equazioni parametriche di una retta. Condizione di allineamento di tre punti. Equazione cartesiana di una retta. Forme particolari dell'equazione di una retta. Intersezione e parallelismo di due rette. Fascio di rette. Retta generica per un punto dato. Condizione perché tre rette appartengano ad un fascio. Significato geometrico dei coefficienti delle incognite nell'equazione cartesiana di una retta. Perpendicolarità di due rette. Distanza tra due punti. Distanza di un punto da una retta. Distanza tra due rette parallele. Area di un triangolo. Angolo tra due rette. Cambiamento di riferimento cartesiano ortonormale. ELEMENTI DI GEOMETRIA ANALITICA DELLO SPAZIO Riferimento cartesiano ortonormale nello spazio. Coordinate cartesiane nello spazio. Componenti di un vettore libero in funzione delle coordinate degli estremi di un suo rappresentante. Condizione di complanarità di quattro punti. Equazione cartesiana di un piano. Condizioni di parallelismo di due piani. Stella di piani. Fascio di piani. Condizione perché tre piani appartengano ad un fascio. Equazioni parametriche di una retta nello spazio. Condizioni di allineamento di tre punti. Retta per due punti dati. Equazioni cartesiane di una retta. Condizioni di parallelismo di due rette. Intersezione e parallelismo di retta e piano. Complanarità di due rette. Rette sghembe. Significato geometrico dei coefficienti delle incognite nell'equazione cartesiana di un piano. Perpendicolarità di due piani. Piano e retta perpendicolari. Distanza di due punti. Distanza di un punto da un piano. Distanza di un punto da una retta. Distanza tra due piani paralleli. Distanza tra una retta e un piano paralleli. Distanza tra due rette parallele nello spazio. Distanza tra due rette sghembe. Retta di minima distanza. Angolo tra due rette nello spazio. Angolo tra due piani. Angolo tra una retta e un piano. LE CIRCONFERENZA E LE CONICHE NEL PIANO EUCLIDEO. Equazione cartesiana della circonferenza nel piano. Mutua posizione di una retta e di una circonferenza nel piano. Mutua posizione di due circonferenze nel piano. Ellisse. Iperbole. Parabola. La classificazione delle coniche nel piano euclideo. Le equazioni canoniche. LA SFERA E LA CIRCONFERENZA NELLO SPAZIO Equazione cartesiana della sfera. Mutua posizione di una sfera e un piano. Piano tangente ad una sfera in un suo punto. Mutua posizione di due sfere. La circonferenza nello spazio. IL CONO E IL CILINDRO Equazione cartesiana di un cono avente come direttrice una curva piana. Caso particolare in cui la direttrice è sul piano XY. Cono rotondo. Cono rotondo con asse parallelo all'asse Z. Equazione cartesiana di un cilindro avente come direttrice una curva piana. Caso particolare in cui la direttrice è sul piano XY. Cilindro rotondo.

## **Modalità d'esame:**

L'esame di Geometria è diviso in due prove. La PRIMA PROVA (detta comunemente 'lo scritto') verte ad accertare la capacità di svolgere alcuni esercizi. La SECONDA PROVA (detta comunemente 'l'orale') verte ad accertare la conoscenza delle nozioni di base e la capacità di dimostrare alcuni teoremi. Per le modalità di svolgimento dell'esame consultare la sezione AVVISI/NOTIZIE presente sulla mia pagina.

NON SI EFFETTUAANO PROVE PARZIALI.

**Risultati d'apprendimento previsti:**

Al termine del Corso gli Studenti conseguiranno conoscenze e capacita' di comprensione nell'ambito dei principali metodi geometrici per l'ingegneria. Gli argomenti che consentiranno di raggiungere tale obiettivo saranno i vettori, le matrici, i sistemi lineari, e la geometria analitica del piano e dello spazio.

**Testi di riferimento:**