

**GEOMETRIA** Nome ..... **COGNOME** .....

**14 Gennaio 2009** Matricola ..... Ingegneria .....

In caso di esito sufficiente desidero sostenere la prova orale:  **OGGI** (pomeriggio)

**domani**

**Mercoledì 28 Gennaio**

**Mercoledì 11 Febbraio**

1) Sia A la matrice avente $(t^2-1, t(t+1), 0)$ e $(t^2+t, (t-1)(t+1), 0)$ come I e II riga rispettivamente. Studiare, al variare del parametro reale t, il rango della matrice A.	
2) Trovare una base dello spazio $V(w, x, y, z) \leq \mathbb{R}^4$ delle soluzioni del sistema lineare omogeneo $w - x + z = 4x - y + 2z = 0$ .	
3) Sia A la matrice avente $(2, -9, 0)$ , $(0, -1, 0)$ e $(-3, 9, -1)$ come I, II e III riga rispettivamente. <b>Se esistono</b> , trovare una matrice C invertibile ed una matrice $\Lambda$ diagonale che diagonalizzano A.	
4) Scrivere le equazioni della retta passante per l'origine $O(0, 0, 0)$ che si appoggia alla retta $r : x = x - 2y + 3z + 12 = 0$ e alla retta $s : 2x + y = x + y - 12z - 17 = 0$ .	
5) Scrivere l'equazione del piano passante per l'origine $O(0, 0, 0)$ , perpendicolare al piano $2x - 3y + z = 0$ e parallelo alla retta $x = 2x - 3y + z = 0$ .	
6) Sulla retta passante per l'origine $O(0, 0, 0)$ e perpendicolare al piano $x - 2y - 2z + 13 = 0$ , determinare le coordinate dei punti che distano 4 dal piano $2x - 2y + z = 0$ .	
7) Calcolare la distanza tra le due rette $r : x - y - 5 = 5y - z - 1 = 0$ e $s : x - y = 5x - z = 0$ .	
8) Trovare l'equazione canonica e, poi, classificare la seguente conica: $3x^2 + 2\sqrt{3}xy + y^2 - 18x + 2\sqrt{3}y + 24 = 0$	
9) Trovare le equazioni della circonferenza che giace sul piano $3x + y - 2z = 0$ , ha il centro nel punto $C(0, 2, 1)$ e passa per l'origine $O(0, 0, 0)$ .	
10) Studiare la mutua posizione delle sfere: $S_1 : x^2 + y^2 + z^2 + 10x - 2y - 18z + 82 = 0$ e $S_2 : x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 2y - 10z + 26 = 0$	

**GEOMETRIA** Nome ..... **COGNOME** .....

**C.F.U.** .....

**28 Gennaio 2009** Matricola ..... Ingegneria .....

In caso di esito sufficiente desidero sostenere la prova orale:  **domani** (ore 9.30)

**Mercoledì 4 Febbraio** (ore 9.30)  **Mercoledì 11 Febbraio** (ore 15.30)

1) Trovare le <b>equazioni</b> del <b>sottospazio</b> $V(w, x, y, z) \leq \mathbb{R}^4$ generato dalle quaterne $\mathbf{a}_1 = (0, 1, -1, 0)$ e $\mathbf{a}_2 = (-2, 0, 1, 0)$ .	
2) Scrivere la soluzione $(w, x, y, z)$ <b>generale</b> del seguente sistema lineare: $w - 2y + z - 3 = 2w - x + 3y + 1 = w - x + 5y - z + 4 = 0$ .	
3) Trovare una <b>base</b> per ogni <b>autospatio</b> della matrice $A$ avente $(0, 0, 2)$ , $(12, 0, -3)$ e $(0, 0, 3)$ come I, II e III riga rispettivamente. Poi, dire se $A$ è diagonalizzabile.	
4) Calcolare l' <b>area</b> del <b>triangolo</b> di vertici $A(0, 2, -1)$ , $B(2, 0, -3)$ e $C(1, -3, 0)$ . Poi, trovare l' <b>equazione</b> del <b>piano</b> per $A$ , $B$ e $C$ .	
5) Siano $A$ , $B$ e $C$ i punti di intersezione del piano $\pi: 2x + y + z - 12 = 0$ con gli assi coordinati $X$ , $Y$ e $Z$ rispettivamente. Determinare l' <b>ortocentro</b> (punto incontro altezze) del triangolo $ABC$ .	
6) Trovare la <b>distanza</b> e i <b>parametri direttori</b> della retta di minima distanza tra le rette sghembe $r: 2x - 3y + 12 = y + z = 0$ e $s: x + 7z = 2x - y + 2z = 0$ .	
7) Sia $r$ la retta parallela all'asse $Y$ e passante per $A(-\sqrt{5}, 7, \sqrt{5})$ . Trovare le <b>equazioni</b> dei <b>piani</b> che contengono $r$ e formano un angolo di $\pi/4$ radianti con l'asse $Z$ .	
8) Trovare l' <b>equazione canonica</b> e, poi, classificare la seguente conica: $3x^2 + 6xy + 3y^2 + 4x + 6y + 3 = 0$ .	
9) Trovare il <b>centro</b> e il <b>raggio</b> della <b>circonferenza</b> $C_1$ ottenuta secando la sfera di centro l'origine $O$ e raggio $\sqrt{27}$ con il piano $\pi: x + 2y + 2z - 9 = 0$ .	
10) Siano $\pi$ e $C_1$ quelli dell'esercizio (9). Sia $C_2$ la circonferenza ottenuta secando con il piano $\pi$ la sfera $x^2 + y^2 + z^2 - 18x - 81 = 0$ . Stabilire su $\pi$ la <b>posizione</b> di $C_1$ rispetto a $C_2$ .	

**GEOMETRIA** Nome ..... **COGNOME** .....

**C.F.U.** .....

**11 Febbraio 2009** Matricola ..... Ingegneria .....

1) Sia $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + 5y + z = 0\}$ . Sia $B = \{(t^3 - 5t^2, t^2 - t, t), (6, -1, -1)\}$ . Determinare per quali <b>valori</b> del parametro reale $t$ l'insieme $B$ è una base del sottospazio $S$ .	
2) Sia $A$ la matrice avente $(t, t - 2)$ e $(2, 2)$ come I e II riga rispettivamente. Determinare per quali <b>valori</b> del parametro reale $t$ la matrice $A$ risulta diagonalizzabile.	
3) Sia $r$ la retta passante per $A(0, t^2, t)$ e $B(1, t^2, -2)$ e $\pi$ il piano di equazione $(t+2)x + 4y + tz - 20 = 0$ . Studiare, al variare del parametro reale $t$ , la <b>mutua posizione</b> della retta $r$ e il piano $\pi$ .	
4) Siano $A, B,$ e $C$ i punti di intersezione del piano $\pi : 2x + y - z - 2 = 0$ con gli assi $X, Y$ e $Z$ rispettivamente. Trovare il <b>circocentro</b> (punto d'incontro degli assi dei lati) del triangolo $ABC$ .	
5) <u>Se esiste</u> , trovare il <b>piano</b> che contiene le rette $r : 5y - z + 2 = x + 1 = 0$ e $s : 5y - z = x = 0$ .	
6) Trovare la <b>distanza</b> tra le rette $r : 3x - z = y = 0$ e $s : y - 9z = x - 12 = 0$ .	
7) Sulla retta $r$ passante per il punto $A(0, -3, 1)$ e perpendicolare al piano $\pi : x + 2y - z = 0$ , trovare i <b>punti</b> che distano <b>3</b> dal piano $\pi' : z + 1 = 0$ .	
8) Trovare l' <b>equazione canonica</b> e, poi, classificare la seguente conica: $x^2 + 10xy + y^2 + 10x + 2y - 1 = 0$ .	
9) Trovare il <b>centro</b> e il <b>raggio</b> della sfera passante per l'origine $O$ e i punti $A, B,$ e $C$ di intersezione del piano $\pi : x - 2y - z - 18 = 0$ con gli assi coordinati $X, Y$ e $Z$ rispettivamente.	
10) Trovare le <b>equazioni</b> di un piano e di una sfera la cui intersezione sia la circonferenza passante per i punti $O(0, 0, 0), A(2, 0, 0), B(0, 3, -7)$ .	

1) Sia A la matrice avente $(2, -9, 0)$ , $(0, -1, 0)$ e $(-3, 9, -1)$ come I, II e III riga rispettivamente. <b>Se esistono</b> , trovare una matrice C invertibile ed una matrice $\Lambda$ diagonale che diagonalizzano A.	
2) Scrivere l'equazione del <b>piano</b> passante per l'origine $O(0, 0, 0)$ , perpendicolare al piano $5x - y + 2z = 0$ e parallelo alla retta $x = 5x - y + 2z = 0$ .	
3) <u>Se esiste</u> , trovare il <b>piano</b> che contiene le rette $r : 5y - z + 2 = x + 1 = 0$ e $s : 5y - z = x = 0$ .	
4) Trovare la <b>distanza</b> tra le rette $r : 4x - z = y = 0$ e $s : y - 8z = x - 13 = 0$ .	
5) Trovare l' <b>equazione canonica</b> e, poi, classificare la seguente conica: $3x^2 + 6xy + 3y^2 + 4x + 6y + 3 = 0$ .	
6) Trovare il <b>centro</b> e il <b>raggio</b> della <b>circonferenza</b> ottenuta secondo la sfera di centro l'origine O e raggio $\sqrt{38}$ con il piano $\pi : 2x + y - 2z - 18 = 0$ .	

<p>1) Trovare le <b>equazioni</b> del <b>sottospazio</b>  <math>V(w, x, y, z) \leq \mathbb{R}^4</math> generato dalle quaterne  <math>\mathbf{c}_1 = (0, 0, 2, -1)</math> e <math>\mathbf{c}_2 = (0, -1, 1, 0)</math>.</p>	
<p>2) Trovare una <b>base</b> per <b>OGNI autospazio</b>  della matrice <math>A</math> avente <math>(0, -3, 12)</math>, <math>(0, 4, 0)</math> e  <math>(0, 3, 0)</math> come I, II e III riga rispettivamente.  Poi, dire se <math>A</math> è diagonalizzabile.</p>	
<p>3) Sia <math>r</math> la retta per <math>A(0, t^2, t)</math> e <math>B(-5, t^2, 1)</math> e <math>\pi</math> il  piano di equazione <math>(t-1)x + 9y + tz - 10 = 0</math>.  Studiare, al variare del parametro reale <math>t</math>, la  <b>mutua posizione</b> della retta <math>r</math> e il piano <math>\pi</math>.</p>	
<p>4) Sulla retta <math>r</math> passante per il punto <math>A(-3, 1, 0)</math>  e perpendicolare al piano <math>\pi : x - 2y + z = 0</math>,  trovare i <b>punti</b> che distano <b>6</b> dal piano  <math>\pi' : y + 1 = 0</math>.</p>	
<p>5) Trovare l'<b>equazione canonica</b> e, poi,  classificare la seguente conica:  <math>9x^2 - 10xy + 9y^2 + 44x - 12y + 32 = 0</math></p>	
<p>6) Studiare la <b>mutua posizione</b> delle sfere:  <math>S_1 : x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 6y - 2z - 6 = 0</math> e  <math>S_2 : x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 10 = 0</math></p>	

**GEOMETRIA** Nome ..... **COGNOME** .....

**C.F.U.** .....

**24 Giugno 2009** Matricola ..... Ingegneria .....

In caso di esito sufficiente desidero sostenere l'orale:  **OGGI**       **in un prossimo appello**

1) Sia A la matrice avente $(0, t^2 - 16, t(t - 4), 0)$ e $(0, t^2 - 4t, (t - 4)(t + 4), 0)$ come I e II riga rispettivamente. Studiare, al variare del parametro reale t, il <b>rango</b> della matrice A.	
2) Trovare i <b>parametri direttori</b> della retta passante per l'origine $O(0, 0, 0)$ che si appoggia alla retta $r: z = 4x - y + 7z + 11 = 0$ e alla retta $s: 11x + y - 3z - 14 = x + 3y = 0$ .	
3) Calcolare l' <b>area</b> del triangolo di vertici $A(0, 4, -5)$ , $B(4, 0, -3)$ e $C(5, -3, 0)$ . Poi, scrivere l'equazione del <b>piano</b> che contiene il triangolo ABC.	
4) Siano A, B, C i punti d'intersezione del piano $\pi: x - y + 2z - 24 = 0$ con gli assi X, Y, Z rispettivamente. Trovare l' <b>ortocentro</b> (punto d'incontro delle altezze) del triangolo ABC.	
5) Trovare l' <b>equazione canonica</b> della conica: $4x^2 + 6xy + 4y^2 + 8x + 6y + 11 = 0$ . Poi, <u>classificarla</u> .	
6) Trovare le equazioni del <b>piano</b> e di una <b>sfera</b> la cui intersezione sia la circonferenza passante per i punti $O(0, 0, 0)$ , $A(-7, 0, 0)$ e $B(0, 1, 3)$ .	

**GEOMETRIA** Nome ..... **COGNOME** .....

C.F.U. ....

**16 Luglio 2009** Matricola ..... Ingegneria .....

In caso di esito sufficiente desidero sostenere l'orale:  **OGGI**       **in un prossimo appello**

1) Sia A la matrice avente $(t, t - 2)$ e $(2, 2)$ come I e II riga rispettivamente. Determinare per quali <b>valori del parametro</b> reale t esiste una base dello spazio $\mathbb{R}^2$ formata da autovettori di A.	
2) Trovare una <b>base</b> dello spazio $V(w, x, y, z)$ (sottospazio di $\mathbb{R}^4$ ) delle soluzioni del sistema lineare omogeneo: $w - x + z = 4x - y + 2z = 0.$	
3) Trovare la <b>distanza</b> tra le rette sghembe $r : 2x - 3y + 12 = y + z = 0$ $s : x + 7z = 2x - y + 2z = 0$ e i <b>parametri direttori</b> della retta di minima distanza.	
4) Sia r la retta parallela all'asse X e passante per $A(\sqrt{3}, 15, -5\sqrt{3})$ . Trovare le equazioni dei <b>piani</b> che contengono r e formano un angolo di $\pi/6$ radianti con l'asse Y.	
5) Siano A, B, e C i punti di intersezione del piano $\pi : x - 2y - z - 18 = 0$ con gli assi X, Y e Z rispettivamente. Trovare il <b>circocentro</b> (punto d'incontro degli assi dei lati) del triangolo ABC.	
6) Scrivere le equazioni della <b>circonferenza</b> che giace sul piano $x - y + z = 0$ , ha il centro nel punto C(1, 2, 1) e passa per l'origine O(0, 0, 0).	

**GEOMETRIA** Nome ..... **COGNOME** .....

**C.F.U.** .....

**30 Luglio 2009** Matricola ..... Ingegneria .....

In caso di esito sufficiente desidero sostenere l'orale:  **OGGI**       **in un prossimo appello**

1) Sia $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + 6y - 10z = 0\}$ . Sia $B = \{(t^3 - 6t^2, t^2 - t, t), (8, -3, -1)\}$ . Determinare per quali <b>valori</b> del parametro reale $t$ l'insieme $B$ è una <b>base</b> del sottospazio $S$ .	
2) Scrivere la <b>soluzione</b> $(w, x, y, z)$ <b>generale</b> del seguente sistema lineare: $w + y - 3z + 2 = 3w + x - y + 1 = 2w + x - 2y + 3z - 1 = 0$ .	
3) Sulla retta passante per il punto $A(-7, 3, 0)$ e perpendicolare al piano $x - 2y + 2z + 14 = 0$ , determinare le coordinate dei <b>punti</b> che distano 8 dal piano $2x - 2y - z = 0$ .	
4) Calcolare la <b>distanza</b> tra le due rette $r : x - y - 5 = 5y - z - 1 = 0$ e $s : 5x - z = x - y = 0$ .	
5) <u>Se esiste</u> una conica passante per i punti $A(0, 0), B(0, -1), C(1, -1), D(1, -2), E(2, -2)$ , scrivere la sua <b>equazione</b> . <u>Altrimenti</u> , <b>motivare</b> brevemente la risposta.	
6) Trovare il <b>centro</b> e il <b>raggio</b> della sfera passante per l'origine $O$ e i punti $A, B,$ e $C$ di intersezione del piano $\pi : x - 2y - z - 18 = 0$ con gli assi coordinati $X, Y$ e $Z$ rispettivamente.	

**GEOMETRIA** Nome ..... **COGNOME** .....

**C.F.U.** .....

**24 Settembre 2009** Matricola ..... Ingegneria .....

In caso di esito sufficiente desidero sostenere l'orale:  **oggi**     **il 15 Ottobre 2009**

<p>1) Del sistema lineare <math>3x - y + 10z - 22 =</math> <math>= x - y + 8z - 8 = 2x + y - 5z - 13 = 0</math> trovare:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• una soluzione particolare <math>X_P</math> ;</li><li>• una base <math>B</math> dello spazio delle soluzioni del sistema lineare omogeneo ad esso associato.</li></ul>	
<p>2) <b>Se esiste</b>, trovare una coppia <math>(h, k) \in \mathbb{R}^2</math> tale</p> <p>che la matrice <math>A = \begin{bmatrix} 5 &amp; 7 &amp; 0 \\ 0 &amp; h &amp; 0 \\ -2 &amp; k &amp; 3 \end{bmatrix}</math> <b>NON</b> abbia</p> <p>tre autovalori reali a due a due distinti e, <u>allo stesso tempo</u>, sia diagonalizzabile.</p>	
<p>3) Date le rette <math>r : x = x - 2y + 3z + 12 = 0</math> e <math>s : 2x + y = x + y - 12z - 12 = 0</math>, sia <math>t</math> la retta per l'origine <math>O</math> che si appoggia in <math>A</math> alla retta <math>r</math> e in <math>B</math> alla retta <math>s</math>. Trovare le coordinate di <math>A</math> e <math>B</math>.</p>	
<p>4) Sia <math>A(-2, 3\sqrt{11}, 8)</math>. Sulla retta <math>y = z - 11 = 0</math> trovare due punti <math>B</math> e <math>C</math> tali che il triangolo <math>ABC</math> sia equilatero.</p>	
<p>5) Siano <math>A(t, 0, 0)</math>, <math>B(0, 2, 0)</math> e <math>C(0, 0, -\sqrt{23})</math>. Trovare i valori del parametro reale <math>t</math> per i quali il piano passante per <math>A</math>, <math>B</math> e <math>C</math> forma col piano <math>YZ</math> un angolo di <math>2\pi/3</math> radianti.</p>	
<p>6) Sia <math>\Sigma</math> la sfera che ha il centro in <math>C(4, -7, -16)</math> e passa per il punto <math>A(4, -12, -10)</math>. Trovare l'equazione del piano <math>\pi</math> tangente a <math>\Sigma</math> in <math>A</math>.</p>	

**GEOMETRIA** Nome ..... **COGNOME** .....

C.F.U. ....

15 Ottobre 2009 Matricola ..... Ingegneria .....

<p>1) Del sistema lineare <math>3x - y + 11z - 19 =</math> <math>= x - y + 9z - 7 = 2x + y - 6z - 11 = 0</math> trovare:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• una soluzione particolare <math>X_P</math> ;</li><li>• una base <math>B</math> dello spazio delle soluzioni del sistema lineare omogeneo ad esso associato.</li></ul>	
<p>2) Sia <math>A = \begin{bmatrix} 0 &amp; 1 &amp; 0 \\ 2 &amp; 0 &amp; 1 \\ 0 &amp; 2 &amp; 0 \end{bmatrix}</math>. <b>Se possibile</b>, trovare una matrice diagonale <math>\Lambda</math> e una matrice invertibile <math>C</math> tali che <math>AC = CA</math>.</p> <p><b>Altrimenti</b>, <u>motivare la risposta</u>.</p>	
<p>3) <b>Se esiste</b>, trovare il piano che contiene le seguenti rette:</p> <p><math>r : 4x + z - 3 = y + 1 = 0</math> <math>s : 4x + z = y = 0</math></p>	
<p>4) Sia <math>H</math> la proiezione ortogonale del punto <math>A(2\sqrt{26}, 2, -5)</math> sulla retta <math>r : x = z + 7 = 0</math>. Su <math>r</math> trovare (almeno) un altro punto <math>B</math> tale che l'area del triangolo rettangolo <math>AHB</math> valga <math>9\sqrt{3}</math>.</p>	
<p>5) Sia <math>r : 4x + 3y - 10 = 0</math> la direttrice delle parabole passanti per l'origine <math>O(0, 0)</math> e aventi i fuochi sull'asse <math>Y</math> delle ordinate. Trovare le coordinate dei loro fuochi.</p>	
<p>6) Scrivere l'equazione della sfera <math>\Sigma</math> che ha il centro in <math>C(-10, 3, 15)</math> ed è tangente al piano <math>\pi : 4x + 7z = 0</math>.</p>	

<p>1) Sia A la matrice avente <math>(2, -9, 0)</math>, <math>(0, -1, 0)</math> e <math>(-3, 9, -1)</math> come I, II e III riga rispettivamente:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• trovare gli <b>autovalori</b> di A;</li> <li>• trovare una <b>base</b> per ogni <b>autospazio</b> di A.</li> </ul>	
<p>2) <u>Se esiste</u>, trovare il <b>piano</b> che contiene le seguenti rette</p> <p><math>r : 5y - z + 4 = x + 3 = 0</math> e</p> <p><math>s : 5y - z = x = 0</math>.</p>	
<p>3) Trovare l'equazione del <b>piano</b> passante per il punto <math>A(1, 1, 1)</math>, perpendicolare al piano <math>5x - y + 2z = 0</math> e parallelo alla retta <math>x = 5x - y + 2z = 0</math>.</p>	
<p>4) Trovare la <b>distanza</b> tra le rette</p> <p><math>r : 2x - z = y = 0</math> e</p> <p><math>s : y - 4z = x - 20 = 0</math>.</p>	
<p>5) Siano <math>A(\sqrt{2}, 0, 0)</math>, <math>B(0, 1, 0)</math> e <math>C(0, 0, -\sqrt{2})</math>. Trovare l'ampiezza (in radianti) dell'<b>angolo</b> compreso tra il piano passante per A, B e C e il piano YZ.</p>	
<p>6) Trovare l'<b>equazione canonica</b> e, poi, <b>classificare</b> la seguente conica:</p> <p><math>3x^2 + 6xy + 3y^2 + 7x + 5y + 5 = 0</math>.</p>	