1. Esercizio. Il seguente sistema lineare

$$(1)\quad \begin{cases} x_1 - 5x_3 + 2x_6 = 6 \\ 2x_2 + x_4 + 3x_5 = 6 \\ 2x_1 - 7x_3 + 3x_6 = 4 \\ 3x_2 + 2x_4 + 4x_5 = 7 \\ 2x_1 - x_3 + x_6 = -12 \\ 4x_2 + 3x_4 + 5x_5 = 9 \end{cases}$$

non ha soluzioni.

2. Esercizio. Il seguente sistema lineare

$$\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 13x_4 = 5 \\ 7x_1 + 14x_2 + 20x_3 + 27x_4 = 0 \\ 5x_1 + 10x_2 + 16x_3 + 19x_4 = -2 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0 \\ 3x_1 + 6x_2 + 7x_3 + 12x_4 = 2 \end{cases}$$

ha come <u>unica</u> soluzione la quaterna $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (1, -1, -1, 1)$.

3. Esercizio. Il seguente sistema lineare

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ x_2 + x_3 + x_4 = -3 \\ x_3 + x_4 + x_5 = 2 \\ x_4 + x_5 = -1 \end{cases}$$

ha infinite ∞^1 soluzioni, cioè dipendenti da un parametro

$(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (6, -5, 3, -1, 0) + \alpha(-1, 1, 0, -1, 1)$

4. Esercizio. Il seguente sistema lineare

$$\begin{cases} 7x_1 - 5x_2 - 2x_3 - 4x_4 = 8 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 - 2x_4 = 3 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = 1 \\ x_1 - x_3 - 2x_4 = -1 \\ x_2 - x_3 - 2x_4 = -3 \end{cases}$$

ha infinite ∞^2 soluzioni, cioè dipendenti da due parametri

$(x_1, x_2, x_3, x_4) = (-1, -3, 0, 0) + \alpha(1, 1, 1, 0) + \beta(2, 2, 0, 1)$

5**. Esercizio.** Il seguente sistema lineare

$$\begin{cases} 40x_1 + 5x_2 + 55x_3 - 25x_4 + 213x_5 = 35 \\ 8x_1 + x_2 + 11x_3 - 5x_4 - 11x_5 = 7 \\ 56x_1 + 7x_2 + 77x_3 - 35x_4 - 197x_5 = 49 \\ 24x_1 + 3x_2 + 33x_3 - 15x_4 - 29x_5 = 21 \end{cases}$$

ha infinite ∞^3 soluzioni, cioè dipendenti da tre parametri

$(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (0, 7, 0, 0, 0) + \alpha(1, -8, 0, 0, 0) + \beta(0, -11, 1, 0, 0) + \gamma(0, 5, 0, 1, 0)$

6. Esercizio. Il seguente sistema lineare

$$\begin{cases} 2000x_1 + 0{,}003x_2 - 0{,}3x_3 + 40x_4 = 5 \\ 3000x_1 + 0{,}005x_2 - 0{,}4x_3 + 90x_4 = 8 \\ 500x_1 + 0{,}0007x_2 - 0{,}08x_3 + 8x_4 = 1{,}3 \\ 60000x_1 + 0{,}09x_2 - 9x_3 + 1300x_4 = 160 \end{cases}$$

ha infinite ∞^1 soluzioni, cioè dipendenti da un parametro

$(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0.008; -5000; 0; 0.1) + \alpha(0.0003; -100; 1; 0)$

7. Esercizio. Il seguente sistema lineare

$$\begin{cases} 2x - 3y - z = 0 \\ x + 2y + z = -1 \\ 3x + 6y + 2z = 1 \end{cases}$$

ha come <u>unica</u> soluzione la terna $(x, y, z) = (1/7, 10/7, -4)$.

8. Esercizio. Si consideri il seguente sistema lineare “simultaneo”

$$\begin{cases} 2x - 3y - z = 1; = 2 \\ x + 2y + z = 1; = 1 \\ x + 23y + 10z = 4; = 0 \end{cases}$$

Il primo ha infinite ∞^1 soluzioni, cioè dipendenti da un parametro

$(x, y, z) = (5/7, 1/7, 0) + \alpha(-1/7, -3/7, 1)$

Il secondo <u>**non**</u> ha alcuna soluzione.

9. Esercizio. Si consideri il seguente sistema lineare "simultaneo"

$$\begin{cases} 2x-3y-z=1;=0;=0 \\ x+2y+z=0;=1;=0 \\ 3x+6y+2z=0;=0;=1 \end{cases} \qquad A=\begin{bmatrix} 2 & -3 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 6 & 2 \end{bmatrix}$$

Il primo ha come <u>unica</u> soluzione la terna $(x, y, z) = (2/7, -1/7, 0)$.

Il secondo ha come <u>unica</u> soluzione la terna $(x, y, z) = (0, -1, 3)$.

Il terzo ha come <u>unica</u> soluzione la terna $(x, y, z) = (1/7, 3/7, -1)$.

<u>**Si noti che**</u> la matrice B che ha come colonne ordinatamente le precedenti tre terne è l'inversa di A.

10. Esercizio. Si consideri il seguente sistema lineare dipendente da un parametro reale t

$$\begin{cases} 3x+2y+z=-1 \\ 7x+6y+5z=t \\ 5x+4y+3z=2 \end{cases}$$

Per $t \neq 5$ il sistema non ha soluzioni.

Per $t = 5$ il sistema ha infinite ∞^1 soluzioni, cioè dipendenti da un parametro

$(x, y, z) = (0, -5/2, 4) + \alpha(1, -2, 1)$

11. Esercizio. Si consideri il seguente sistema lineare dipendente da un parametro reale t

$$\begin{cases} w+x+(2-t)y=1 \\ (3-2t)w+(2-t)x+y=t \\ (2-t)w+(2-t)x+\boxed{y}=1 \end{cases} \qquad \det A = -t^3 + 5t^2 - 7t + 3 = (3-t)(t-1)^2$$

- per $t = 3$ il sistema <u>**non**</u> ha soluzioni;

- per $t = 1$ il sistema ha infinite ∞^2 soluzioni $(w, x, y) = (1, 0, 0) + \alpha(-1, 1, 0) + \beta(-1, 0, 1)$;

- **per ogni** t reale con $t \neq 1$ et $t \neq 3$ il sistema ha un'<u>**unica**</u> soluzione data dalla terna

$(w, x, y) = (-1, (4-t)/(3-t), 1/(3-t))$.

12. Esercizio. Si consideri il seguente sistema <u>**non**</u> lineare

$$\begin{cases} w+x+yz=2 \\ w+xz+y=-1 \\ wz+x+y=-1 \end{cases} \qquad \det A = -z^3 + 3z - 2 = -(z+2)(z-1)^2$$

- per $z = 1$ il sistema <u>**non**</u> ha soluzioni;

- per $z = -2$ il sistema è lineare e ha infinite soluzioni $(w, x, y, z) = (1+\alpha, 1+\alpha, \alpha, -2)$;

- per $z \neq 1$ et $z \neq -2$ il sistema ha come soluzione $(w, x, y, z) = (1/(1-z), 1/(1-z), 2/(z-1), z)$.