GEOMETRIA 2.1

1) Trovare gli **autovalori** e gli **autovettori** della matrice $A=\begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

....

2) Scrivere l'**equazione** del **piano** che contiene le seguenti rette:
$r : 2x + 5y - z - 1 = x - 1 = 0$ e $s : 5y - z = 3x + 10y - 2z = 0$.

....

3) Scrivere delle **equazioni** per la **retta** passante per il punto $A(1, 0, 0)$, parallela al piano $5x + y + 2z = 0$ e perpendicolare alla retta $x - 1 = y + 2z + 5 = 0$.

....

4) Calcolare la **distanza** tra le rette $r : 2x - y = z - 3 = 0$ e $s : z = 2x - y + 5 = 0$.

....

5) Scrivere l'**equazione canonica** della conica $x^2 + 4xy + y^2 - 2x - 4y - 2 = 0$.
Poi, classificarla.

....

6) Scrivere l'**equazione** della **sfera** che ha il centro sul piano $\pi : 2y + 5 = 0$ ed è tangente al piano $\pi' : x + 5y - 3z = 0$ nel punto $A(3, 0, 1)$.

GEOMETRIA 2.2

1) Trovare una **base** per ogni **autospazio** della matrice $A=\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 20 & -30 & -3 \end{bmatrix}$.

....

2) Trovare i **parametri direttori** della retta che passa per A(1, 0, 0) e si appoggia alle rette: r : x = y – 7 = 0 e s : x – 2 = z + 4 = 0.

....

3) Scrivere l'**equazione** del **piano** passante per il punto A(1, 0, 0), perpendicolare al piano 5x + y + 2z = 0 e parallelo alla retta x – 1 = y + 2z + 5 = 0.

....

4) Calcolare la **distanza** tra le rette r : 4x – z = y + 10 = 0 e s : x = 2y – z – 1 = 0.

....

5) Scrivere l'**equazione canonica** della conica $x^2 - 4xy + 4y^2 + 2x - 4y - 44 = 0$.
Poi, classificarla.

....

6) Trovare le **coordinate** dei **centri** delle due sfere di raggio R = 22 che secano il piano π : 4x – 2y + z = 0 nella circonferenza di centro H(1, 0, – 4) e raggio r = 20.

GEOMETRIA 2.3

1) Sia A= $\begin{bmatrix} -6 & 0 & 0 \\ (t+6) & 1 & 0 \\ -1 & -t & -6 \end{bmatrix}$ con t parametro reale. Se esistono, trovare i **valori di t** per i quali la matrice A è diagonalizzabile (cioè esiste una base di R^3 formata da autovettori di A).

....

2) Scrivere delle **equazioni** per la retta di minima distanza delle rette (sghembe)
$r : x + 1 = 7x + y = 0$ e $s : x – 2 = 2x + z = 0$.

....

3) Trovare le **coordinate dei punti** della retta $r : 3x – 2y = 2z + 5 = 0$ che si trovano a distanza 1 dal piano $\alpha : x – 4 = 0$.

....

4) Sia α il piano passante per i punti $A(t, 0, 0)$, $B(0, \sqrt{3}, 0)$ e $C(0, 0, – 3)$. Trovare i **valori di t** per i quali il piano α forma una angolo di $\pi/6$ radianti con l'asse X.

....

5) Scrivere l'**equazione canonica** della conica $x^2 + 4xy + y^2 – 2x – 4y + 1 = 0$.
Poi, classificarla.

....

6) Stabilire la **mutua posizione** delle sfere seguenti:

$S_1 : x^2 + y^2 + z^2 – 8x – 16y + 16z = 0$ e

$S_2 : x^2 + y^2 + z^2 – 12x – 24y + 24z + 299 = 0$

GEOMETRIA 2.4

1) Trovare una **base** per **ogni autospazio** della matrice A avente (8, 0, 0), (4, 0, 0) e (–5, 16, 0) come I, II e III riga rispettivamente. Poi, dire se la matrice A è diagonalizzabile.

....

2) Sia s la retta perpendicolare (in senso lato) alla retta r: $x + 3y - 7 = 2y + z + 9 = 0$, parallela al piano π: $3x + 2z + 13 = 0$ e passante per il punto A(10, 0, –7).

Trovare le **coordinate** del **punto** B d'intersezione tra la retta s e il piano YZ.

....

3) Trovare la **distanza** tra le rette r: $2x + 7z + 24 = y + 3z = 0$ e s: $2x - 7y = 2x - 2y + z = 0$.

....

4) Trovare le **equazioni** dei due **piani** che sono paralleli all'asse X, passano per $A(7\sqrt{3}, -9, 3\sqrt{3})$ e formano un angolo di $\pi/6$ radianti con l'asse Y.

....

5) Trovare l'**equazione canonica** della conica $4x^2 - 2\sqrt{3}\,xy + 2y^2 - 8x + 2\sqrt{3}\,y - 1 = 0$.
Poi, dire di che conica si tratta.

....

6) Scrivere l'**equazione** della **sfera** tangente in O(0,0,0) al piano π : $6x + 5y + 3z = 0$ e avente il centro sul piano π' : $2y - 5 = 0$

GEOMETRIA 2.5

1) Trovare gli **autovalori** e gli **autovettori** della matrice $A=\begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

....

2) Scrivere l'**equazione** del **piano** passante per il punto A(1, 0, 0), perpendicolare al piano $5x + y + 2z = 0$ e parallelo alla retta $x – 1 = y + 2z + 5 = 0$.

....

3) Trovare le **coordinate dei punti** della retta $r : 3x – 2y = 2z + 5 = 0$ che si trovano a distanza 1 dal piano $\alpha : x – 4 = 0$.

....

4) Calcolare la **distanza** tra le rette $r : y – 4z = x – 2 = 0$ e $s : x = y – 4z – 17 = 0$.

....

5) Scrivere l'**equazione <u>canonica</u>** della conica $x^2 + 8xy + 16y^2 + 2x + 8y + 35 = 0$.
<u>Poi</u>, classificarla.

....

6) Stabilire la **mutua posizione** delle sfere seguenti:

$S_1 : x^2 + y^2 + z^2 – 4x + 2y + 4z = 0$ e

$S_2 : x^2 + y^2 + z^2 – 12x + 6y + 12z + 77 = 0$

GEOMETRIA 2.6

1) Trovare una **base** per ogni **autospazio** della matrice $A=\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 20 & -30 & -3 \end{bmatrix}$.

....

2) Scrivere l'**equazione** del **piano** che contiene le seguenti rette:
   $r : 2x + 5y - z - 1 = x - 1 = 0$ e $s : 5y - z = 3x + 10y - 2z = 0$.

....

3) Scrivere delle **equazioni** per la **retta** passante per il punto $A(4, 0, 0)$, parallela al piano $3x + y - 5z = 0$ e perpendicolare alla retta $z - 4 = 3x + y - 20 = 0$.

....

4) Scrivere delle **equazioni** per la retta di minima distanza delle rette (sghembe)
   $r : x + 1 = 7x + y = 0$ e $s : x - 2 = 2x + z = 0$.

....

5) Scrivere l'**equazione** **canonica** della conica $x^2 - 10xy + y^2 + 10x - 2y + 1 = 0$.
   Poi, classificarla.

....

6) Trovare le **coordinate** dei **centri** delle due sfere di raggio $R = 27$ che secano il piano $\pi : x + 4y + 3z = 0$ nella circonferenza di centro $H(0, 3, -4)$ e raggio $r = 25$.

GEOMETRIA 2.7

1) Sia $A=\begin{bmatrix} -6 & 0 & 0 \\ (t+6) & 1 & 0 \\ -1 & -t & -6 \end{bmatrix}$ con t parametro reale. <u>Se esistono</u>, trovare i **valori di t** per i quali la matrice A è diagonalizzabile (cioè esiste una base di R^3 formata da autovettori di A).

....

2) Trovare i **parametri direttori** della retta che passa per A(1, 0, 0) e si appoggia alle rette: $r : x = y - 7 = 0$ e $s : x - 2 = z + 4 = 0$.

....

3) Calcolare la **distanza** tra le rette $r : x + 3z = y - 7 = 0$ e $s : x = 4y + 3z - 2 = 0$.

....

4) Sia α il piano passante per i punti A(t, 0, 0), B(0, – 1, 0) e C(0, 0, $-\sqrt{2}$). Trovare i **valori di t** per i quali il piano α forma una angolo di $\pi/3$ radianti con l'asse X.

....

5) Scrivere l'**equazione canonica** della conica $x^2 + 4xy + y^2 - 2x - 4y - 2 = 0$.
<u>Poi</u>, classificarla.

....

6) Scrivere l'**equazione** della **sfera** che ha il centro sul piano $\pi : 2z - 3 = 0$ ed è tangente al piano $\pi' : 4x + y - 3z = 0$ nel punto A(–1, 4, 0).

GEOMETRIA 2.8

1) Determinare per quali **valori** del parametro reale t il sistema <u>lineare</u>

$$\begin{cases} 3tx - 6y + t = 0 \\ 6x - 3ty - t = 0 \end{cases}$$

ammette <u>esattamente una</u> soluzione. Poi, scrivere tale **soluzione** (<u>in funzione di t</u>).

....

2) Trovare le **equazioni** della <u>retta di minima distanza</u> tra le rette sghembe

$r : 6x - 2y + z = 3x - y - 2z = 0$ e $s : 6x + 3y - z - 4 = 2x + y - z - 2 = 0$.

....

3) Calcolare la **distanza** tra le rette $r : 2x - y = z = 1$ e $s : z = 2x - y + 2 = 0$.

....

4) Siano A, B e C i punti di intersezione del piano di equazione $2x + y + z - 12 = 0$ con gli assi coordinati X, Y e Z rispettivamente. Determinare le **coordinate** dell'<u>ortocentro</u> (punto d'incontro delle altezze) del triangolo ABC.

....

5) Siano $r : x + 4 = x + 3z + 4 = 0$ e $s : 2y + 21 = 2y + 7z = 0$. Sia t la retta di minima distanza tra r e s. Siano A e H i punti di intersezione di t con r e s rispettivamente. Siano B e C i punti di s tali che $d(A,B) = d(A,C) = 2d(A,H)$.

Calcolare l' **area del triangolo** ABC.

....

6) Scrivere l'**equazione canonica** della conica $3x^2 + 6xy + 3y^2 + 5x + 7y + 3 = 0$.

Poi, <u>classificarla</u>.