GEOMETRIA 3.1

1) Trovare una base per lo spazio delle soluzioni del seguente sistema omogeneo:
$3x - y + 11z = x - y + 9z = 2x + y - 6z = 0$.

....

2) Tra le rette passanti per il punto $A(3,0,-1)$ trovare, se esiste, quella che si appoggia all'asse X e alla retta $r : x = z + 7 = 0$.

....

3) Trovare la distanza tra le seguenti rette:
$r : x - 3z = y = 0$ e $s : x - 3z + 10 = y - 3 = 0$.

....

4) Sulla retta r passante per il punto $A(-3, 2, 5)$ e parallela all'asse Z trovare i punti che distano 1 dal piano $\pi : 2x - 2y + z - 5 = 0$.

....

5) Trovare l'equazione canonica e classificare la conica di equazione
$4x^2 - 2\sqrt{3}\,xy + 2y^2 - 8x + 2\sqrt{3}\,y - 1 = 0$.

....

6) Sia Σ la sfera di centro l'origine $O(0,0,0)$ e passante per $A(0,-5,0)$. Sia π il piano parallelo al piano YZ e passante per il punto $B(-4,-3, 2)$. Trovare il centro e il raggio della circonferenza C ottenuta secando la sfera Σ col piano π.

GEOMETRIA 3.2

1) Trovare una base per ogni autospazio della matrice $A=\begin{bmatrix} 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$.

....

2) **<u>Al variare</u>** del parametro reale t, stabilire **quante e quali** sono le soluzioni del sistema lineare nelle incognite (x, y): $12x - tx + ty - t = tx - 12x + 2y + t = 0$.

....

3) Scrivere le equazioni dei piani paralleli al piano YZ e aventi da esso una distanza uguale a quella tra l'origine O(0,0,0) e la retta r di equazione $5x - 3y - 34 = z = 0$

....

4) Siano A(0, ,–3, $\sqrt{3}$) e B(t, 0, 0). Trovare i valori del parametro reale t per i quali la retta r passante per A e B forma col piano YZ un angolo di $\pi/6$ radianti.

....

5) Trovare l'equazione canonica e classificare la conica di equazione

$$7x^2 - 2\sqrt{21}\,xy + 3y^2 + 2\sqrt{21}\,x - 6y + 23 = 0$$

....

6) Scrivere l'equazione della sfera tangente al piano $\pi : 6x + 5y + 3z = 0$ in O(0,0,0) e avente il centro sul piano $\pi' : 2y - 5 = 0$

GEOMETRIA 3.3

1) Trovare autovalori ed autovettori della matrice $A=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 4 \\ 0 & 9 & 0 \\ 4 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

....

2) Scrivere l'equazione del piano passante per il punto $A(\sqrt{19}, -25, 12)$, parallelo alla retta $r : 4x + z + 10 = 3x + y - 2 = 0$ e perpendicolare al piano $\pi : 3y + 4z + 1 = 0$.

....

3) Trovare la distanza tra le rette $r : 3x - 2y - 72 = x + z = 0$ e $s : 5y + 2z = x - 2y - 2z = 0$.

....

4) Sia r la retta parallela all'asse Y e passante per $A(6, 1, -2\sqrt{3})$. Trovare i piani che contengono r e formano un angolo di $\pi/3$ radianti con il piano YZ.

....

5) Trovare l'equazione canonica della conica: $3x^2 + 2\sqrt{3}\,xy + y^2 - 18x + 2\sqrt{3}\,y + 24 = 0$

Poi, classificarla.

....

6) Scrivere l'equazione di una sfera e l'equazione del piano la cui intersezione sia la circonferenza che passa per i punti $O(0, 0, 0)$, $A(0, 2, 0)$ e $B(0, 0, -17)$.

GEOMETRIA 3.4

1) Siano $B_1 = \{(1, 1), (1, 2)\}$ e $B_2 = \{(6, 7), (13, 15)\}$ due basi di R^2.
Trovare la **MATRICE** del cambiamento di base da B_1 a B_2 (**in quest'ordine**).

....

2) Sia la matrice A avente (–3, 20, 0), (0, 7, 0) e (10, –20, 7) come I, II e III riga rispettivamente.
Trovare una **BASE** per ogni autospazio di A.

....

3) Trovare la **DISTANZA** tra le rette $r : 5y – z + 1 = x – 1 = 0$ e $s : 5y – z = x + 5y – z = 0$.

....

4) Trovare i **PARAMETRI DIRETTORI** della retta di minima distanza tra le rette
$r : 2x – z = y = 0$ e $s : y – 10z = x – 11 = 0$.

....

5) Sulla retta r passante per il punto A(2, 0,–1) e perpendicolare al piano $\pi : x + 2y – z = 0$, trovare i **PUNTI** che distano 5 dal piano $\pi' : x – 3 = 0$.

....

6) Trovare l'equazione **CANONICA** della conica $x^2 + 4xy + y^2 – 2x – 4y – 2 = 0$.
Poi, classificarla.

GEOMETRIA 3.5

1) Sia A la matrice avente come righe i vettori $(t, t^2, 0, 36, –6)$, $(1, 6, 0, t, –1)$ e $(0, 0, 9, –4, 0)$. Determinare, al variare del parametro reale t, il rango della matrice A.

- ....

2) **Se esistono**, determinare i valori del parametro reale t per i quali l'origine $O(0, 0, 0)$ e i punti $A(–2,0,0)$, $B(3,–8,1)$ e $C(6, t^2–5t, 5–t)$ sono complanari.

....

3) Scrivere i parametri direttori della retta passante per l'origine $O(0, 0, 0)$ ed incidente la retta $r: x = x – 2y + 3 z + 12 = 0$ e la retta $s: 2x + y = x + y – 12z – 17 = 0$.

....

4) Scrivere l'equazione del piano passante per l'origine $O(0, 0, 0)$, perpendicolare al piano $2x – 3y + z = 0$ e parallelo alla retta $x = 2x – 3y + z = 0$.

....

5) **Se esiste** una conica passante per i seguenti punti $O(0, 0)$, $A(2, 0)$, $B(2, 2)$, $C(0, 2)$ e $D(2, 11)$, trovarne l'equazione. **Altrimenti** motivare <u>brevemente</u> la risposta.

....

6) Sia π il piano per i punti $O(0, 0, 0)$, $A(0, 2,–5)$ e $C(3, 0, 0)$. Trovare le equazioni della circonferenza che giace su π, ha il centro in C e passa per O.

GEOMETRIA 3.6

1) Sia A la matrice avente (–1, 0, h), (1, –2, 4) e (0, k, 1) come I, II e III riga rispettivamente. Se esistono, trovare i **valori dei parametri** reali h e k per i quali il vettore (–4, –1, 1) è un autovettore di A. Scrivere anche il suo **autovalore**.

....

2) Sia A(1, $\sqrt{47}$,–10). Sulla retta y = z + 9 = 0 trovare **due punti** B e C tali che il triangolo ABC sia equilatero.

....

3) Siano r : 2x + 7 = 2x + 5z + 7 = 0 e s : 3y + 20 = 3y + 5z = 0. Sia t la retta di minima distanza tra r e s. Sia d la distanza tra i punti A e H di intersezione di t con r e s rispettivamente. Siano B e C i punti di s aventi distanza 2d da A. Calcolare l’**area** del triangolo ABC.

....

4) Trovare i **parametri direttori** delle rette che si trovano sul piano 4x – y + 10 = 0 e formano un angolo di π/4 radianti col piano z + 5 = 0.

....

5) Trovare i **punti d’intersezione** con gli assi coordinati X e Y della parabola avente come direttrice la retta x = 2 e come fuoco il punto F(0, –3).

....

6) Trovare le equazioni delle **sfere** di raggio 1, aventi il centro sulla retta passante per A(–3, 2, 5) e parallela all’asse Z e tangenti al piano π : 2x – 2y + z + 1 = 0.

GEOMETRIA 3.7

1) Se possibile, scrivere una **base di $\mathbf{R^3}$** formata da autovettori della matrice

$\begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 15 & 0 & 0 \\ -10 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Altrimenti motivare la risposta.

....

2) Sia s la retta passante per il punto $A(9, 0, -5)$, parallela al piano π: $2x + 3z + 17 = 0$ e perpendicolare alla retta r: $x + 2y - 11 = 3y + z + 9 = 0$. Trovare le **coordinate del punto A** d'intersezione tra la retta s e il piano YZ.

....

3) Trovare la **distanza** e i **parametri direttori** della retta di minima distanza tra le rette sghembe r: $2x - 3y + 12 = y + z = 0$ e s: $x + 7z = 2x - y + 2z = 0$.

....

4) Sia r la retta parallela all'asse Z e passante per $A(4\sqrt{3}, 12, -2\sqrt{3})$. Trovare le **equazioni dei piani** che contengono r e formano un angolo di $\pi/3$ radianti con l'asse X.

....

5) Trovare l'**equazione canonica** della seguente conica $3x^2 - 2xy + 3y^2 + 2x - 6y + 7 = 0$

....

6) Trovare le **equazioni delle sfere** di raggio 1, tangenti al piano π : $2x - 2y + z + 1 = 0$ e aventi il centro sulla retta passante per $A(-3, 2, 5)$ e parallela all'asse Z.

GEOMETRIA 3.8

1) Sia $A=\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ (t-4) & -3 & 0 \\ 1 & -t & 2 \end{bmatrix}$ con t parametro reale. <u>Se esistono</u>, trovare i **valori di t** per i quali esiste una base di R^3 formata da autovettori di A, cioè A è diagonalizzabile (*non è necessario trovare la base*). <u>Altrimenti</u> motivare la risposta.

....

2) Trovare i **parametri direttori** della retta che passa per A(4, 0, 0) e si appoggia alle rette: $r : x - 3 = y - 5 = 0$ e $s : x - 5 = z + 6 = 0$.

....

3) Scrivere delle **equazioni** per la <u>retta di minima distanza</u> delle rette (*sghembe*)
$r : x + 1 = 7x + y = 0$ e $s : x - 2 = 2x + z = 0$.

....

4) Sia α il piano passante per i punti A(–2, 0, 0), B(0, t, 0) e C(0, 0, $2\sqrt{2}$). Trovare i **valori di t** per i quali il piano α forma una angolo di $\pi/3$ radianti con l'asse Y (*non è necessario trovare il piano* α).

....

5) Trovare l'**equazione canonica** della conica $7x^2 + 10\sqrt{3}\,xy - 3y^2 - 30x + 6\sqrt{3}\,y - 13 = 0$.
<u>Poi</u>, dire di che conica si tratta.

....

6) Stabilire la **mutua posizione** delle sfere seguenti:
$S_1 : x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 8y - 8z = 0$ e $S_2 : x^2 + y^2 + z^2 - 10x + 20y - 20z + 216 = 0$