

## GEOMETRIA 4.1

1) Trovare una base per lo spazio delle soluzioni del seguente sistema lineare omogeneo:

$$3x - y + 11z = x - y + 9z = 2x + y - 6z = 0.$$

.....

2) Tra le rette passanti per il punto  $A(3, 0, -1)$  trovare, se esiste, quella che si appoggia all'asse  $X$  e alla retta  $r : x = z + 7 = 0$ .

.....

3) Trovare la distanza tra le seguenti rette:  $r : x - 3z = y = 0$  e  $s : x - 3z + 10 = y - 3 = 0$ .

.....

4) Sulla retta  $r$  passante per il punto  $A(-3, 2, 5)$  e parallela all'asse  $Z$  trovare i punti che distano 1 dal piano  $\pi : 2x - 2y + z - 5 = 0$ .

.....

5) Trovare l'equazione canonica e classificare la conica di equazione

$$4x^2 - 2\sqrt{3}xy + 2y^2 - 8x + 2\sqrt{3}y - 1 = 0.$$

.....

6) Sia  $\Sigma$  la sfera di centro l'origine  $O(0, 0, 0)$  e passante per  $A(0, -5, 0)$ . Sia  $\pi$  il piano parallelo al piano  $YZ$  e passante per il punto  $B(-4, -3, 2)$ . Trovare il centro e il raggio della circonferenza  $C$  ottenuta secando la sfera  $\Sigma$  col piano  $\pi$ .

## GEOMETRIA 4.2

1) Sia la matrice  $A$  avente  $(-3, 20, 0)$ ,  $(0, 7, 0)$  e  $(10, -20, 7)$  come I, II e III riga rispettivamente.

Trovare una **base** per ogni autospazio di  $A$ .

.....

2) Sia  $\pi$  il piano di equazione  $(t-1)x + 9y + tz - 10 = 0$  ed  $r$  la retta passante per i punti  $A(-5, t^2, 1)$  e  $B(0, t^2, t)$ . Determinare per quale **valore** del parametro reale  $t$  il piano  $\pi$  e la retta  $r$  non hanno punti in comune.

.....

3) Trovare i **parametri direttori** della retta di minima distanza tra le rette

$$r : 2x - z = y = 0 \quad \text{e} \quad s : y - 10z = x - 11 = 0.$$

.....

4) Trovare i **piani** contenenti l'asse  $X$  e formanti con l'asse  $Y$  un angolo di  $\pi/6$  radianti.

.....

5) Trovare l'equazione **canonica** e classificare la conica  $5x^2 + 2xy + 5y^2 - 2x - 10y + 7 = 0$ .

.....

6) Trovare la **sfera** tangente al piano  $\pi : x + 5y - 3z = 0$  nel punto  $A(3, 0, 1)$  e avente il centro sul piano  $\pi' : 2y + 5 = 0$ .

## GEOMETRIA 4.3

1) Trovare la soluzione **GENERALE**  $(x, y, z)$  del seguente sistema lineare:

$$3x - y + 11z - 19 = x - y + 9z - 7 = 2x + y - 6z - 11 = 0.$$

.....

2) Sia  $r$  la retta passante per i punti  $A(1, -t, t-1)$  e  $B(t-1, t-1, 1-t)$ . **Se esiste**, trovare il **VALORE** del parametro reale  $t$  per cui la retta  $r$  passa per l'origine  $O(0,0,0)$ . **Poi**, scrivere una terna di **PARAMETRI DIRETTORI** per tale retta.

.....

3) **Se esiste**, trovare il **PIANO** che contiene le rette  $r : 5y - z + 7 = x - 1 = 0$  e  $s : 5y - z = x = 0$ .

.....

4) Trovare la **DISTANZA** tra le rette  $r : x - z = y = 0$  e  $s : y + z = x - 12 = 0$ .

.....

5) Sulla retta  $r$  passante per il punto  $A(0, -3, 1)$  e perpendicolare al piano  $\pi : x + 2y - z = 0$ , trovare i **PUNTI** che distano  $6$  dal piano  $\pi' : z + 1 = 0$ .

.....

6) Trovare **CENTRO** e **RAGGIO** della circonferenza  $x^2 + y^2 + z^2 + 20x - 2\sqrt{10}y = x - 3z = 0$ .

## GEOMETRIA 4.4

1) Trovare una **base** per ognuno degli autospazi della matrice  $A = \begin{vmatrix} 2 & -9 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ -3 & 9 & -1 \end{vmatrix}$ .

.....

2) Determinare per quale **valore/i** del parametro reale  $t$  le equazioni seguenti  $x + (t + 7)y = 0$ ,  $ty + z = 0$ ,  $3x - (t + 7)z = 0$ , rappresentano tre piani distinti di uno stesso fascio.

.....

3) Scrivere i **parametri direttori** della retta passante per l'origine  $O$  ed incidente sia la retta  $r: x - 2y + 3z + 12 = 0$  che la retta  $s: x + y - 12z - 17 = 2x + 7y = 0$ .

.....

4) Calcolare la **distanza** tra le due rette  $r: x - y - 5 = 5y - z - 1 = 0$  e  $s: x - y = 5x - z = 0$ .

.....

5) Sulla retta passante per il punto  $A(0, 0, -5)$  e perpendicolare al piano  $x - 2y - 2z + 13 = 0$ , determinare le **coordinate** dei punti che hanno distanza 4 dal piano  $2x - 2y + z + 1 = 0$ .

.....

6) Trovare l'equazione **canonica** della seguente conica  $3x^2 + 6xy + 3y^2 + 8x + 4y + 3 = 0$ .  
Poi, classificarla.

## GEOMETRIA 4.5

1) Siano  $A = \begin{bmatrix} t & 3 \\ (t-2) & 2 \end{bmatrix}$  e  $X = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix}$ . Se esiste, trovare il **valore** del parametro reale  $t$  per il quale il vettore  $X$  è un autovettore della matrice  $A$ . Scrivere anche l'**autovalore** relativo a  $X$ .

2) Se esiste, trovare il **valore** del parametro reale  $t$  per il quale l'origine  $O$  e i punti  $A(0, 7, 0)$ ,  $B(-5, 4, 1)$  e  $C(t^2-3t, 0, 3-t)$  sono quattro punti a due a due distinti tra loro e complanari.

3) Scrivere l'equazione del **piano** passante per l'origine  $O$ , perpendicolare al piano  $2x - 3y + z = 0$  e parallelo alla retta  $x = 2x - 3y + z = 0$ .

4) Scrivere le componenti di un **versore** avente la stessa direzione della retta di minima distanza tra le rette sghembe  $r : 2x - 3z + 12 = y + z = 0$  e  $s : x + 7y = 2x + 2y - z = 0$ .

5) Scrivere l'**equazione canonica** della seguente conica  $5x^2 - 2xy + 5y^2 + 2x - 10y + 5 = 0$ . Poi, classificarla.

6) Sia  $\gamma$  la circonferenza passante per i punti  $O(0, 0, 0)$ ,  $A(3, 0, 0)$  e  $B(0, 0, -7)$ . Scrivere le equazioni delle due sfere contenenti  $\gamma$  e aventi il centro a distanza 1 dal piano sul quale giace  $\gamma$ .

## GEOMETRIA 4.6

1) Sia  $V(w, x, y, z)$  il sottospazio di  $\mathbb{R}^4$  avente  $B = \{(0, 1, 0, -1), (-2, 0, 0, 1)\}$  come base. Scrivere le **equazioni** (nelle incognite  $w, x, y$  e  $z$ ) del sottospazio  $V$ .

.....

2) Al variare del parametro reale  $t$ , **studiare** il sistema lineare  $tx + 2y - 3t = 2x + ty - 3t = 0$  nelle incognite  $(x, y)$ . In particolare, quando il sistema è compatibile, scrivere le sue **soluzioni**.

.....

3) Trovare un **versore** parallelo alla retta  $t$  passante per l'origine  $O(0, 0, 0)$  ed incidente le due rette sghembe  $r: 2x - 3y + 10z - 3 = 2x - y = 0$  e  $s: y + 2z = x + 12y - 25z + 9 = 0$ .

.....

4) Calcolare la **distanza** tra la retta  $r: 2x - y = z - 4 = 0$  e la retta  $s: z = 2x - y - 5 = 0$ .

.....

5) Siano  $A, B$  e  $C$  i punti di intersezione del piano di equazione  $x + 3y + z - 18 = 0$  con gli assi coordinati  $X, Y$  e  $Z$  rispettivamente. Trovare le **coordinate** dell'ortocentro del triangolo  $ABC$ .

.....

6) Sia  $r: 3x - 4y - 26 = 0$  la direttrice delle due parabole passanti per il punto  $A(2, 0)$  e aventi i fuochi sull'asse  $X$  delle ascisse. Trovare le **coordinate** dei due fuochi.