GEOMETRIA 5.1

1) Trovare autovalori ed autovettori della matrice $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 7 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$.

....

2) Sia π' il piano passante per $A(\sqrt{23}, 53, 12)$, parallelo alla retta $r : 3x + z + 8 = 2x + y + 11 = 0$ e perpendicolare al piano π: $2y + 3z - 10 = 0$. Trovare il punto B d'intersezione tra π' e l'asse Y.

....

3) Si considerino le due rette sghembe $r : 2x + 7z - 81 = y + 3z = 0$ e $s : 2x - 7y = 2x - 2y + z = 0$. Sia t la retta di minima distanza tra r e s e sia D la distanza tra r e s. Trovare le componenti dei due vettori aventi la direzione di t e lunghezza D.

....

4) Sia r la retta parallela all'asse Y e passante per $A(-\sqrt{3}, 2, 3)$. Trovare i piani che contengono r e formano un angolo di $\pi/6$ radianti con il piano YZ.

....

5) Trovare l'equazione canonica della conica: $8x^2 - 12xy + 17y^2 + 60x - 70y + 105 = 0$
Poi <u>classificarla</u>.

....

6) Si consideri la sfera $S : x^2 + y^2 + z^2 + x + 2y + 3z = 0$. Scrivere l'equazione di una delle due sfere tangenti a S nell'origine e aventi il raggio uguale alla metà del raggio di S. Inoltre, dire se tale sfera è tangente esternamente o internamente.

GEOMETRIA 5.2

1) Trovare una base per **<u>OGNUNO</u>** degli autospazi della matrice $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 7 \\ -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

....

2) Del sistema lineare $3x - y + 11z - 19 = x - y + 9z - 7 = 2x + y - 6z - 11 = 0$ trovare la soluzione generale ovvero una soluzione particolare X_P ed una base B dello spazio delle soluzioni del sistema omogeneo associato.

....

3) Sia $A(1, \sqrt{47}, -10)$. Sulla retta $r : y = z + 9 = 0$ trovare due punti B e C tali che il triangolo ABC sia equilatero.

....

4) Siano $A(-1, 0, 0)$, $B(0, t, 0)$ e $C(0, 0, \sqrt{11})$. Trovare i valori del parametro reale t per i quali il piano passante per A, B e C forma col piano XZ un angolo di $\frac{2}{3}\pi$ radianti.

....

5) <u>Se esiste</u> una conica passante per i punti $A(-6, 3)$, $B(-6,-1)$, $C(-3, 1)$, $D(0, 1)$, $E(0,-1)$, $F(6, 3)$ allora scrivere la sua equazione. <u>Altrimenti</u> spiegare brevemente il motivo per cui non esiste.

....

6) Sia S la sfera di centro $C(-20, 1, 5)$ e passante per il punto $A(-18, 1,-4)$. Scrivere l'equazione del piano π tangente ad S nel punto A.

GEOMETRIA 5.3

1) Sia A la matrice avente (1, –2, 5), (0, 0, 0) e (0, 0, 0) come I, II e III riga rispettivamente.
Se esiste scrivere una **base** di R^3 costituita da **autovettori** di A. Altrimenti motivare la risposta.

....

2) Trovare i **valori del parametro** reale t per i quali la retta r : $3x + (t+1)y + (t^2-10)z = x + 17 = 0$ è parallela alla retta passante per i punti A(6, 5t+1, –6) e B(6, 2t+1, –t–7).

....

3) Sia A il punto di intersezione tra il piano $3x + 17y + z - 9 = 0$ e l'asse X. Sia r la retta per l'origine O e perpendicolare al piano $5y + 2z + 11 = 0$. Sia h la distanza di A dalla retta r. Siano B e C i punti di r aventi distanza 2h da A. Calcolare l'**area** del triangolo ABC.

....

4) Trovare i **parametri direttori** delle rette che si trovano sul piano $x - 4y + 12 = 0$ e formano un angolo di $\pi/6$ radianti col piano $z + 3 = 0$.

....

5) Trovare l'**equazione canonica** della conica $x^2 - 10xy + y^2 + 10x - 2y + 3 = 0$.
Poi classificarla.

....

6) Sia Σ la sfera di centro l'origine O(0, 0, 0) e passante per A(3, 0, 0). Sia π il piano parallelo al piano XZ e passante per il punto B(–2, 1, –6). Trovare il **centro** e il **raggio** della **circonferenza** C ottenuta intersecando la sfera Σ col piano π.

GEOMETRIA 5.4

1) Sia A la matrice avente come righe i vettori $(t, t^2, 0, 36, -6)$, $(1, 6, 0, t, -1)$ e $(0, 0, 9, -4, 0)$. Determinare, al variare del parametro reale t, il rango della matrice A.

....

2) Trovare i parametri direttori della retta r passante per il punto $A(2, 0, 0)$ ed incidente le rette $s : z + 2 = y - 10x = 0$ e $t : y - 5 = z + 20x = 0$.

....

3) Trovare per quali valori del parametro reale t l'area del triangolo di vertici $O(0,0,0)$, $A(t,-t, t)$ e $B(0, -11, 11)$ vale 154.

....

4) Scrivere l'equazione del piano perpendicolare al piano $4x + 2y + 30z + 3 = 0$, parallelo alla retta $x - 2y + 11 = z - 6y + 19 = 0$ e passante per il punto $A(10, 5, -2)$.

....

5) Sulla retta passante per l'origine $O(0, 0, 0)$ e perpendicolare al piano $5x - 4y + z + 17 = 0$, trovare i punti che distano 10 dal piano $x - 2y + 2z = 0$.

....

6) Trovare l'equazione canonica della seguente conica $4x^2 - 2\sqrt{3}\,xy + 2y^2 - 8x + 2\sqrt{3}\,y - 1 = 0$.
Poi, <u>classificarla</u>.

GEOMETRIA 5.5

1) Determinare per quali **valori** del parametro reale t la matrice $A(t) = \begin{bmatrix} t^2-1 & 0 & 1 \\ 1 & t+1 & 1 \\ 0 & 0 & t-1 \end{bmatrix}$ **non** ha tre autovalori reali a due a due distinti tra loro. Inoltre, per ognuno di tali valori, scrivere gli **autovalori** distinti di A(t).

....

2) Trovare una **base** per lo spazio U(w, x, y, z) delle soluzioni del sistema lineare omogeneo: $w - 2y = w - x + 2y + 3z = 2w - x + 3z = 0$. (**non cambiare l'ordine delle incognite**)

....

3) Siano A, B e C i punti di intersezione del piano di equazione $2x + y - z + 12 = 0$ con gli assi coordinati X, Y e Z rispettivamente. Determinare l'**ortocentro** (punto d'incontro delle altezze) del triangolo ABC.

....

4) Scrivere l'equazione del **piano** passante per il punto A(1, –1, 1), perpendicolare al piano $x + 2y - 3z = 0$ e parallelo alla retta $y = x - 3z = 0$.

....

5) Trovare la **distanza** tra le rette: $r : 4x - 2y + z = 2x - y - 2z = 0$ e $s : 9x + 3y + z - 2 = 3x + y + z + 2 = 0$.

....

6) Trovare l'equazione **canonica** della seguente conica $3x^2 + 2xy + 3y^2 - 12x - 4y + 8 = 0$. Poi, classificarla.

GEOMETRIA 5.6

1) Trovare una base per ogni autospazio della matrice $A=\begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$.

....

2) **<u>Al variare</u>** del parametro reale t, stabilire **quante e quali** sono le soluzioni del sistema lineare nelle incognite (x, y): $20x - tx + ty - t = tx - 20x + 5y + t = 0$.

....

3) Scrivere le equazioni dei piani paralleli al piano YZ e aventi da esso una distanza uguale a quella tra l'origine O(0,0,0) e la retta r di equazione $2x - 5y - 29 = z = 0$

....

4) Siano A(0,–1, 2) e B(t, 0, 0). Trovare i valori del parametro reale t per i quali la retta r passante per A e B forma col piano YZ un angolo di $\pi/3$ radianti.

....

5) Trovare l'equazione canonica e classificare la conica di equazione
$2x^2 + 2\sqrt{10}\,xy + 5y^2 - 4x - 2\sqrt{10}\,y + 23 = 0$

....

6) Scrivere l'equazione della sfera tangente al piano $\pi : 4x - 3y - 5z = 0$ in O(0,0,0) e avente il centro sul piano $\pi' : 2y + 3 = 0$