

GEOMETRIA

6.1

(1) Trovare una base per lo spazio delle soluzioni del seguente sistema omogeneo:

$$3x - y + 11z = x - y + 9z = 2x + y - 6z = 0.$$

.....
2) Tra le rette passanti per il punto $A(3,0,-1)$ trovare, se esiste, quella che si appoggia all'asse X e alla retta $r : x = z + 7 = 0$. Altrimenti motivare la risposta.

.....
3) Trovare la distanza tra le seguenti rette:

$$r : x - 3z = y = 0 \quad \text{e} \quad s : x - 3z + 10 = y - 3 = 0.$$

.....
4) Sulla retta r passante per il punto $A(-3, 2, 5)$ e parallela all'asse Z trovare i punti che distano 1 dal piano $\pi : 2x - 2y + z - 5 = 0$.

.....
5) Trovare l'equazione canonica e classificare la conica di equazione

$$4x^2 - 2\sqrt{3}xy + 2y^2 - 8x + 2\sqrt{3}y - 1 = 0.$$

.....
6) Sia Σ la sfera di centro l'origine $O(0,0,0)$ e passante per $A(0,-5,0)$. Sia π il piano parallelo al piano YZ e passante per il punto $B(-4,-3, 2)$. Trovare il centro e il raggio della circonferenza C ottenuta secando la sfera Σ col piano π .

GEOMETRIA

6.2

- 1) Sia $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. **Se possibile**, trovare una matrice diagonale Λ e una matrice invertibile C tali

che $A = C\Lambda C^{-1}$. Altrimenti, motivare la risposta.

- 2) Al variare del parametro reale t , **studiare** il sistema lineare nelle incognite (x, y) :
 $12x - tx + ty - t = tx - 12x + 2y + t = 0$.

- 3) Scrivere le equazioni dei piani paralleli al piano XZ e aventi da esso una distanza uguale a quella tra l'origine $O(0,0,0)$ e la retta r di equazione $x - 4y - 17 = z = 0$.

- 4) Siano $A(0, -1, 2)$ e $B(t, 0, 0)$. Trovare i valori del parametro reale t per i quali la retta r passante per A e B forma col piano YZ un angolo di $\pi/3$ radianti.

- 5) Trovare l'equazione canonica e classificare la conica di equazione
 $13x^2 - 10\sqrt{3}xy + 23y^2 + 2x - 18\sqrt{3}y + 13 = 0$

- 6) Scrivere l'equazione della sfera tangente al piano $\pi : 3x + 8y - 6z = 0$ in $O(0,0,0)$ e avente il centro sul piano $\pi' : 2x - 3 = 0$

GEOMETRIA

6.3

1) Se **esiste**, trovare una coppia $(h, k) \in \mathbb{R}^2$ tale che la matrice $A = \begin{bmatrix} 5 & 7 & 0 \\ 0 & h & 0 \\ -2 & k & 3 \end{bmatrix}$ **non** abbia tre autovalori reali a due a due distinti e, **allo stesso tempo**, sia diagonalizzabile.

2) Del sistema $3x - y + 11z - 19 = x - y + 9z - 7 = 2x + y - 6z - 11 = 0$ trovare la soluzione **generale** X_G oppure una soluzione particolare X_P ed una base B dello spazio delle soluzioni del sistema lineare omogeneo ad esso associato.

3) Sia $A(1, \sqrt{47}, -10)$. Sulla retta $y = z + 9 = 0$ trovare due punti B e C tali che il triangolo ABC sia equilatero.

4) Siano $A(-1, 0, 0)$, $B(0, t, 0)$ e $C(0, 0, \sqrt{11})$. Trovare i valori del parametro reale t per i quali il piano passante per A , B e C forma col piano XZ un angolo di $\frac{2}{3} \pi$ radianti.

5) Trovare la conica passante per i punti $A(2, 0)$, $B(3, 1)$, $C(2, 1)$, $D(4, 2)$, $E(2, 2)$.

6) Scrivere l'equazione del piano tangente in $A(-18, 1, -4)$ alla sfera di centro $C(-20, 1, 5)$.

GEOMETRIA

6.4

1) Per quali valori del parametro reale t la matrice $A = \begin{bmatrix} -7t & -4t \\ 8t^2 & t \end{bmatrix}$ è diagonalizzabile?

.....
2) Se le rette $r : 2x + 5y - z - 1 = x - 1 = 0$ e $s : 5y - z = 3x + 10y - 2z = 0$ sono sghembe, allora calcolare la loro distanza. Altrimenti, trovare il piano che le contiene.

.....
3) Se esistono, trovare sull'asse Y due punti A e B aventi distanza 10 dalla retta $r : y + 5 = z + 8 = 0$. Altrimenti motivare il perché non esistono.

.....
4) Trovare i piani contenenti l'asse X e formanti con l'asse Y un angolo di $\pi/6$ radianti.

.....
5) Trovare l'equazione canonica della conica $3x^2 + 2\sqrt{3}xy + y^2 - 4\sqrt{3}x - 4y = 0$.
Poi, classificarla.

.....
6) Trovare le equazioni delle sfere di raggio 1, tangenti al piano $\pi : 2x - 2y + z + 1 = 0$ e aventi il centro sulla retta passante per $A(-3, 2, 5)$ e parallela all'asse Z .