GEOMETRIA 7.1

1) Trovare autovalori ed autovettori della matrice $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 7 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$.

....

2) Sia π' il piano passante per $A(\sqrt{23}, 53, 12)$, parallelo alla retta $r : 3x + z + 8 = 2x + y + 11 = 0$ e perpendicolare al piano π: $2y + 3z - 10 = 0$. Trovare il punto B d'intersezione tra π' e l'asse Y.

....

3) Si considerino le due rette sghembe $r : 2x + 7z - 81 = y + 3z = 0$ e $s : 2x - 7y = 2x - 2y + z = 0$. Sia t la retta di minima distanza tra r e s e sia D la distanza tra r e s. Trovare le componenti dei due vettori aventi la direzione di t e lunghezza D.

....

4) Sia r la retta parallela all'asse Y e passante per $A(-\sqrt{3}, 2, 3)$. Trovare i piani che contengono r e formano un angolo di $\pi/6$ radianti con il piano YZ.

....

5) Trovare l'equazione canonica della conica: $8x^2 - 12xy + 17y^2 + 60x - 70y + 105 = 0$
Poi classificarla.

....

6) Si consideri la sfera $S : x^2 + y^2 + z^2 + x + 2y + 3z = 0$. Scrivere l'equazione di una delle due sfere tangenti a S nell'origine e aventi il raggio uguale alla metà del raggio di S. Inoltre, dire se tale sfera è tangente esternamente o internamente.

GEOMETRIA 7.2

1) Trovare una base per **<u>OGNUNO</u>** degli autospazi della matrice $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 7 \\ -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

....

2) Del sistema $3x - y + 11z - 19 = x - y + 9z - 7 = 2x + y - 6z - 11 = 0$ trovare una soluzione particolare X_P ed una base B dello spazio delle soluzioni del sistema omogeneo associato.

....

3) Sia $A(1, \sqrt{47}, -10)$. Sulla retta $r : y = z + 9 = 0$ trovare due punti B e C tali che il triangolo ABC sia equilatero.

....

4) Siano $A(-1, 0, 0)$, $B(0, t, 0)$ e $C(0, 0, \sqrt{11})$. Trovare i valori del parametro reale t per i quali il piano passante per A, B e C forma col piano XZ un angolo di $\frac{2}{3}\pi$ radianti.

....

5) <u>Se esiste</u> una conica passante per i punti $A(-6, 3)$, $B(-6,-1)$, $C(-3, 1)$, $D(0, 1)$, $E(0,-1)$, $F(6, 3)$ allora scrivere la sua equazione. <u>Altrimenti</u> spiegare brevemente il motivo per cui non esiste.

....

6) Sia S la sfera di centro $C(-20, 1, 5)$ e passante per il punto $A(-18, 1,-4)$. Scrivere l'equazione del piano π tangente ad S nel punto A.

GEOMETRIA 7.3

1). Determinare, al variare del parametro reale t, il rango della matrice

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 8 & -3 & 0 \\ t & t^2 & 0 & 49 & -7 \\ 1 & 7 & 0 & t & -1 \end{bmatrix}..$$

....

2) Trovare i parametri direttori della retta r passante per il punto A(–2, 0, 0) ed incidente le rette s : z + 3 = y – 12x = 0 e t : y – 4 = z + 16x = 0.

....

3) Trovare per quali valori del parametro reale t l'area del triangolo di vertici O(0, 0, 0), A(t, –t, t) e B(0, –12, 12) vale 156.

....

4) Scrivere l'equazione del piano perpendicolare al piano 9x + 3y + 25z + 5 = 0, parallelo alla retta x – 3y + 13 = z – 4y + 17 = 0 e passante per il punto A(9, 3, –1).

....

5) Sulla retta passante per l'origine O(0, 0, 0) e perpendicolare al piano 2x + y + 3z – 11 = 0, trovare i punti che distano 12 dal piano x – 2y + 2z = 0.

....

6) Trovare l'equazione canonica della seguente conica $3x^2 - 2\sqrt{3}\,xy + y^2 + x + \sqrt{3}\,y - 5 = 0$.
Poi, classificarla.

GEOMETRIA 7.4

1) Sia A = $\begin{bmatrix} t^2-1 & 0 & 1 \\ 1 & t+1 & 1 \\ 0 & 0 & t-1 \end{bmatrix}$ una matrice dipendente da un parametro reale t. Trovare i **valori** di t per i quali uno degli autovalori di A ha molteplicità algebrica maggiore o uguale a due.

....

2) Trovare una **base** per lo spazio U(w, x, y, z) delle soluzioni del sistema lineare omogeneo: $w + 2x = 2w - 3y + z = w - 2x - 3y + z = 0$. (**non cambiare l'ordine delle incognite**)

....

3) Siano A, B e C i punti di intersezione del piano di equazione $x - 2y + z + 18 = 0$ con gli assi coordinati X, Y e Z rispettivamente. Determinare l'**ortocentro** (punto d'incontro delle altezze) del triangolo ABC.

....

4) Scrivere l'equazione del **piano** passante per il punto A(1, –1, 1), perpendicolare al piano $5x - 3y - z = 0$ e parallelo alla retta $x = 3y + z = 0$.

....

5) Trovare la **distanza** tra le rette $4x + 2y + z = 2x + y - 2z = 0$ e $3x + 3y - z = x + y + z + 4 = 0$.

....

6) Trovare l'equazione **canonica** della seguente conica $x^2 + 4xy + y^2 - 4x - 2y - 2 = 0$. Poi, <u>classificarla</u>.

GEOMETRIA 7.5

1) Determinare per quale valore del parametro reale t la matrice A(t) = $\begin{bmatrix} t^3-8 & 3 & 1 \\ 0 & t^2-2t & 0 \\ 0 & t-2 & t^2-4 \end{bmatrix}$

ha lo zero come **<u>unico</u>** autovalore. Poi, per tale valore, scrivere una **<u>base</u>** per l'autospazio.

....

2) Sia $S = \{(x, y, z) \in R^3 | \ x + 2y + 3z = 0\}$. Sia $B = \{(t^3, t^2, -t(t+2)), (-16, 8, 0)\}$. Determinare per quali valori del parametro reale t l'insieme B è una **<u>base</u>** del sottospazio S.

....

3) Determinare per quali valori del parametro reale t le equazioni $\alpha : tx + t^2y + tz = 0$, $\beta : x - 6y + t = 0$ e $\gamma : z + 6 = 0$ rappresentano tre **piani** appartenenti ad uno **<u>stesso</u>** fascio.

....

4) Scrivere i parametri direttori della retta passante per l'origine O(0,0,0) ed incidente le rette r: $y = 4x - y - 5z - 19 = 0$ e s: $y - z = x - 3y + 2z - 17 = 0$.

....

5) Trovare i piani contenenti l'asse Y e formanti un angolo di $\pi/3$ radianti col piano $\sqrt{3}\,x - z = 0$.

....

6) Trovare l'equazione canonica della conica $7x^2 + 10\sqrt{3}\,xy - 3y^2 - 30x + 6\sqrt{3}\,y - 9 = 0$.

Poi, <u>classificarla</u>.

GEOMETRIA 7.6

1) Siano A = $\begin{bmatrix} 1 & 9 \\ 1 & 10 \end{bmatrix}$ e B = $\begin{bmatrix} -2 & -17 \\ -19 & -161 \end{bmatrix}$. Trovare la **MATRICE** C = $(A^{-1})\times(B^{-1})$.

....

2) Trovare una **BASE** per ogni autospazio della matrice

D = $\begin{bmatrix} -11 & 20 & 0 \\ 0 & -9 & 0 \\ 2 & -20 & -9 \end{bmatrix}$.

....

3) Trovare la **DISTANZA** tra le rette r : y + z + 1 = x – 3 = 0 e s : y + z = x + 3y + 3z = 0.

....

4) Trovare i **PARAMETRI DIRETTORI** della retta di minima distanza tra le rette
r : 10x – z = y = 0 e s : y – 2z = x – 19 = 0.

....

5) Sulla retta r passante per il punto A(0, –2, 3) e perpendicolare al piano π : x + y – 2z = 0, trovare i **PUNTI** che distano 4 dal piano π‘ : z – 1 = 0.

....

6) Trovare l’**EQUAZIONE CANONICA** della conica 5x2 – 2xy + 5y2 + 2x – 10y + 3 = 0.
Poi, <u>classificarla</u>.