GEOMETRIA 8.1

1) Trovare autovalori ed autovettori della matrice $A=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -8 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

....

2) Scrivere l'equazione del piano passante per il punto $A(9, \sqrt{5}, 23)$, parallelo alla retta $r : x + 3y - 7 = 2y + z + 9 = 0$ e perpendicolare al piano $\pi : 3x + 2z + 13 = 0$.

....

3) Trovare la distanza tra le rette $r : x + 3y - 27 = y - 2z = 0$ e $s : 3x + 5z = x + 2y + 2z = 0$.

....

4) Sia r la retta parallela all'asse Z e passante per $A(2\sqrt{7}, 2\sqrt{7}, \sqrt{3})$. Trovare i piani che contengono r e formano un angolo di $\pi/4$ radianti con il piano XZ.

....

5) Trovare l'equazione canonica della conica: $3x^2 + 10\sqrt{3}\,xy - 7y^2 + 4\sqrt{3}\,x - 44y - 52 = 0$

Poi, classificarla.

....

6) Scrivere l'equazione di una sfera e l'equazione del piano la cui intersezione sia la circonferenza che passa per i punti O(0, 0, 0), A(7, 0, 0) e B(0, 0, –12).

GEOMETRIA 8.2

1) Trovare una base per lo spazio delle soluzioni del seguente sistema lineare omogeneo: $3x - y + 11z = x - y + 9z = 2x + y - 6z = 0$.

....

2) Tra le rette passanti per il punto $A(3, 0, -1)$ trovare, **se esiste**, quella che si appoggia all'asse X e alla retta $r : x = z + 7 = 0$. **Se non esiste**, motivare brevemente perché.

....

3) Trovare la distanza tra le seguenti rette: $r : x - 3z = y = 0$ e $s : x - 3z + 10 = y - 3 = 0$.

....

4) Sulla retta r passante per il punto $A(-3, 2, 5)$ e parallela all'asse Z trovare i punti che hanno distanza 1 dal piano $\pi : 2x - 2y + z - 5 = 0$.

....

5) Trovare l'equazione canonica e classificare la conica di equazione

$$4x^2 - 2\sqrt{3}\,xy + 2y^2 - 8x + 2\sqrt{3}\,y - 1 = 0.$$

....

6) Sia Σ la sfera di centro l'origine $O(0, 0, 0)$ e passante per $A(0, -5, 0)$. Sia π il piano parallelo al piano YZ e passante per il punto $B(-4, -3, 2)$. Trovare il centro e il raggio della circonferenza C ottenuta secando la sfera Σ col piano π.

GEOMETRIA 8.3

1) Sia $A=\begin{bmatrix} 1 & -t & 2 \\ 0 & -5 & (t-4) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ con t parametro reale. Se esistono, trovare i **valori di t** per i quali la matrice A è diagonalizzabile (cioè esiste una base di R^3 formata da autovettori di A).

....

2) Scrivere delle **equazioni** per la retta di minima distanza delle rette (sghembe) $r: z-2 = y-4z = 0$ e $s: z-4 = 4x-3z = 0$.

....

3) Trovare le **coordinate dei punti** della retta $r: 3x-2y = 2z+5 = 0$ che si trovano a distanza 1 dal piano $\alpha: x-4 = 0$.

....

4) Sia α il piano passante per i punti A(–2, 0, 0), B(0, t, 0) e C(0, 0, $2\sqrt{2}$). Trovare i **valori di t** per i quali il piano α forma una angolo di $\pi/3$ radianti con l'asse Y.

....

5) Scrivere l'**equazione canonica** della conica $x^2-10xy+y^2+10x-2y+1=0$. Poi, classificarla.

....

6) Stabilire la **mutua posizione** delle sfere seguenti:
$S_1: x^2+y^2+z^2-8x-16y+16z = 0$ e
$S_2: x^2+y^2+z^2-12x-24y+24z+299 = 0$

GEOMETRIA 8.4

1) Sia A la matrice avente come righe i vettori $(t, t^2, 0, 49, -7)$, $(1, 7, 0, t, -1)$ e $(0, 0, 8, -3, 0)$. Determinare, al variare del parametro reale t, il rango della matrice A.

....

2) Trovare le equazioni della retta r passante per il punto $A(-2, 0, 0)$ ed incidente le rette $s : z + 3 = y - 12x = 0$ e $t : y - 4 = z + 16x = 0$.

....

3) Trovare per quali valori del parametro reale t l'area del triangolo di vertici $O(0, 0, 0)$, $A(t, -t, t)$ e $B(0, -12, 12)$ vale 156.

....

4) Scrivere l'equazione del piano perpendicolare al piano $9x + 3y + 25z + 5 = 0$, parallelo alla retta $x - 3y + 13 = z - 4y + 17 = 0$ e passante per il punto $A(9, 3, -1)$.

....

5) Sulla retta passante per l'origine $O(0, 0, 0)$ e perpendicolare al piano $2x + y + 3z - 11 = 0$, trovare i punti che distano 12 dal piano $x - 2y + 2z = 0$.

....

6) Trovare l'equazione **canonica** della seguente conica $3x^2 - 2\sqrt{3}\,xy + y^2 + x + \sqrt{3}\,y - 5 = 0$. Poi, classificarla.

GEOMETRIA 8.5

1) Determinare per quali **valori** del parametro reale t la matrice $A(t) = \begin{bmatrix} t^2-1 & 0 & 1 \\ 1 & t+1 & 1 \\ 0 & 0 & t-1 \end{bmatrix}$

NON ha tre autovalori reali a due a due distinti tra loro, ovvero ha almeno due autovalori uguali. Inoltre, per ognuno di tali valori del parametro t, scrivere gli **autovalori** distinti di A(t).

....

2) Trovare una **base** per lo spazio U(w, x, y, z) delle soluzioni del sistema lineare omogeneo: $w + 2x = 2w - 3y + z = w - 2x - 3y + z = 0$. (**non cambiare l'ordine delle incognite**)

....

3) Siano A, B e C i punti di intersezione del piano di equazione $x - 2y + z + 18 = 0$ con gli assi coordinati X, Y e Z rispettivamente. Determinare l'**ortocentro** (punto d'incontro delle altezze) del triangolo ABC.

....

4) Scrivere l'equazione del **piano** passante per il punto A(1, –1, 1), perpendicolare al piano $5x - 3y - z = 0$ e parallelo alla retta $x = 3y + z = 0$.

....

5) Trovare la **distanza** tra le rette: $r : 4x + 2y + z = 2x + y - 2z = 0$ e $s : 3x + 3y - z = x + y + z + 4 = 0$.

....

6) Trovare l'equazione **canonica** della seguente conica $x^2 + 4xy + y^2 - 4x - 2y - 2 = 0$. Poi, classificarla.

GEOMETRIA 8.6

1) Trovare una base per ogni autospazio della matrice

$$A=\begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

....

2) **<u>Al variare</u>** del parametro reale t, stabilire **quante e quali** sono le soluzioni del sistema lineare nelle incognite (x, y): $20x - tx + ty - t = tx - 20x + 5y + t = 0$.

....

3) Scrivere le equazioni dei piani paralleli al piano YZ e aventi da esso una distanza uguale a quella tra l'origine O(0,0,0) e la retta r di equazione $2x - 5y - 29 = z = 0$

....

4) Siano A(0,–1, 2) e B(t, 0, 0). Trovare i valori del parametro reale t per i quali la retta r passante per A e B forma col piano YZ un angolo di $\pi/3$ radianti.

....

5) Trovare l'equazione canonica e classificare la conica di equazione $2x^2 + 2\sqrt{10}\,xy + 5y^2 - 4x - 2\sqrt{10}\,y + 23 = 0$

....

6) Scrivere l'equazione della sfera tangente al piano $\pi : 4x - 3y - 5z = 0$ in O(0,0,0) e avente il centro sul piano $\pi' : 2y + 3 = 0$

GEOMETRIA 8.7

1) Sia $A=\begin{bmatrix} 1 & -t & 2 \\ 0 & -5 & (t-4) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ con t parametro reale. <u>Se esistono</u>, trovare i **valori di t** per i quali la matrice A è diagonalizzabile (cioè esiste una base di R^3 formata da autovettori di A).

....

2) Trovare i **parametri direttori** della retta che passa per A(0, 0, 3) e si appoggia alle rette: $r : y - 8 = z - 2 = 0$ e $s : x - 3 = z - 4 = 0$.

....

3) Calcolare la **distanza** tra le rette $r : 4x - z = y + 10 = 0$ e $s : x = 2y - z - 1 = 0$.

....

4) Sia α il piano passante per i punti A(–2, 0, 0), B(0, t, 0) e C(0, 0, $2\sqrt{2}$). Trovare i **valori di t** per i quali il piano α forma una angolo di $\pi/3$ radianti con l'asse Y.

....

5) Scrivere l'**equazione canonica** della conica $x^2 + 4xy + y^2 - 2x - 4y - 2 = 0$.
<u>Poi</u>, classificarla.

....

6) Scrivere l'**equazione** della **sfera** che ha il centro sul piano $\pi : 2y + 5 = 0$ ed è tangente al piano $\pi' : x + 5y - 3z = 0$ nel punto A(3, 0, 1).