GEOMETRIA 9.1

1) Trovare una base per ogni autospazio della matrice $A = \begin{bmatrix} 0 & +1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & +1 & 0 \end{bmatrix}$.

....

2) Trovare il piano passante per $A(8, 10, \sqrt{11})$, parallelo alla retta $r : y + 2z - 12 = x - 3z + 1 = 0$ e perpendicolare al piano π: $3x - 2y + 8 = 0$.

....

3) Se le due rette $r : x - 5y - 90 = 3y + 2z = 0$ e $s : 5x + z = x - 2y + 2z = 0$ sono parallele, allora trovare il piano che le contiene. Altrimenti calcolare la loro distanza.

....

4) Sia r la retta parallela all'asse X e passante per $A(1, 9, -3\sqrt{3})$. Trovare i piani che contengono r e formano un angolo di $\pi/6$ radianti con il piano XY.

....

5) Trovare l'equazione canonica della conica: $5x^2 - 2\sqrt{3}\,xy + 7y^2 - 12\sqrt{3}\,x + 20y + 12 = 0$
Poi classificarla.

....

6) Si consideri la sfera di equazione $S_1 : x^2 + y^2 + z^2 + 24x = 0$. Scrivere l'equazione della sfera S_2 tangente internamente a S_1 nel punto $A(-24, 0, 0)$ e avente il raggio uguale a 1/4 del raggio di S_1.

GEOMETRIA 9.2

1) Trovare una base per **<u>OGNUNO</u>** degli autospazi della matrice $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 7 \\ -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

....

2) Trovare la soluzione **<u>GENERALE</u>** (quindi non solamente una particolare) del sistema lineare $3x - y + 10z - 22 = x - y + 8z - 8 = 2x + y - 5z - 13 = 0$.

....

3) Sia $A(10, \sqrt{44}, 3)$. Sulla retta $r : y = x - 8 = 0$ trovare due punti B e C tali che il triangolo ABC sia equilatero.

....

4) Siano $A(\mathbf{t}, 0, 0)$, $B(0,-2, 0)$ e $C(0, 0, \sqrt{23})$. Trovare i valori del parametro reale **t** per i quali il piano passante per A, B e C forma col piano YZ un angolo di $\frac{2}{3}\pi$ radianti.

....

5) <u>Se esiste</u> una conica passante per i punti $A(-4,-6)$, $B(-4, 0)$, $C(0,-3)$, $D(0, 0)$, $E(4,-6)$, $F(4, 6)$, allora scrivere la sua equazione. <u>Altrimenti</u> spiegare brevemente il motivo per cui non esiste.

....

6) Sia S la sfera di equazione $x^2 + y^2 + z^2 + 20x - 6y - 30z + 269 = 0$. Scrivere l'equazione del piano π tangente ad S nel punto $A(-14, 3, 8)$.

GEOMETRIA 9.3

1) Trovare una base per ogni autospazio della matrice $A=\begin{bmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

....

2) Trovare i **valori del parametro** reale t per i quali la retta $r : (t-1)x + 5y + (t^2-12)z = y + 13 = 0$ è parallela alla retta passante per i punti $A(2-4t, 5, -9)$ e $B(2-3t, 5, -t-8)$.

....

3) Sia A il punto di intersezione tra il piano $3x + 3y + 7z - 14 = 0$ e l'asse Z. Sia r la retta per l'origine O e perpendicolare al piano $11x + 2y + 3 = 0$. Sia h la distanza di A dalla retta r. Siano B e C i punti di r aventi distanza 4h da A. Calcolare l'**area** del triangolo ABC.

....

4) Trovare i **parametri direttori** delle rette che si trovano sul piano $y - 2z + 6 = 0$ e formano un angolo di $\pi/6$ radianti col piano $x + 11 = 0$.

....

5) Trovare l'**equazione canonica** della conica $3x^2 + 10xy + 3y^2 - 10x - 6y + 1 = 0$.
Poi classificarla.

....

6) Sia Σ la sfera di centro l'origine $O(0, 0, 0)$ e passante per $A(0, 0, -8)$. Sia π il piano parallelo al piano YZ e passante per il punto $B(\sqrt{39}, -\sqrt{20}, \sqrt{7})$. Trovare il **centro** e il **raggio** della **circonferenza** C ottenuta intersecando la sfera Σ col piano π.

GEOMETRIA 9.4

1) Sia A la matrice avente $(-1, 0, h)$, $(-3, 2, -2)$ e $(0, k, 1)$ come I, II e III riga rispettivamente. Se esistono, trovare i **valori dei parametri** reali h e k per i quali il vettore $(2, 3, -3)$ è un autovettore di A. Scrivere anche il suo **autovalore**.

....

2) Sia $A(2\sqrt{26}, 2, -5)$. Sulla retta $x = z + 7 = 0$ trovare **due punti** B e C tali che il triangolo ABC sia equilatero.

....

3) Siano $r : 3x + 2 = 3x + 5z + 2 = 0$ e $s : 7y + 20 = 7y + 4z = 0$. Sia t la retta di minima distanza tra r e s. Sia d la distanza tra i punti A e H di intersezione di t con r e s rispettivamente. Siano B e C i punti di s aventi distanza 2d da A. Calcolare l'**area** del triangolo ABC.

....

4) Trovare i **parametri direttori** delle rette che si trovano sul piano $3x - y + 8 = 0$ e formano un angolo di $\pi/3$ radianti col piano $z + 7 = 0$.

....

5) Trovare i **punti d'intersezione** con gli assi coordinati X e Y della parabola avente come direttrice la retta $y = -2$ e come fuoco il punto $F(5, 0)$.

....

6) Scrivere le equazioni delle **sfere** di raggio 2, aventi il centro sulla retta passante per $A(1, -2, 5)$ e parallela all'asse X e tangenti al piano $\pi : x - 2y + 2z - 5 = 0$.

GEOMETRIA 9.5

1) Per quali valori del parametro reale t la matrice $A=\begin{bmatrix} 3t & 2t^2 \\ 6t & -t \end{bmatrix}$ è diagonalizzabile?

....

2) Se le rette $r : 3x + 4y + 2z + 4 = x + 2 = 0$ e $s : 2y + z = x + 2y + z = 0$ sono sghembe, allora calcolare la loro distanza. Altrimenti, trovare il piano che le contiene.

....

3) Se esistono, trovare sull'asse Z due punti A e B aventi distanza 5 dalla retta $r : x + 4 = z + 1 = 0$. Altrimenti motivare il perché non esistono.

....

4) Trovare i piani contenenti l'asse Y e formanti con l'asse Z un angolo di $\pi/3$ radianti.

....

5) Trovare l'equazione canonica della conica $3x^2 + 2\sqrt{3}\,xy + y^2 + 2\sqrt{3}\,x + 2y + 1 = 0$.
Poi, classificarla.

....

6) Trovare le equazioni delle sfere di raggio 2, tangenti al piano $\pi : x - 2y + 2z - 5 = 0$ e aventi il centro sulla retta passante per $A(1,-2, 5)$ e parallela all'asse X.

GEOMETRIA 9.6

1) Sia A la matrice avente come I, II e III riga rispettivamente i vettori $(t, t^2, 0)$, $(0, 0, 3)$ e $(t, -t, 0)$. Determinare, al variare del parametro reale t, il rango della matrice A.

....

2) Scrivere l'equazione del piano passante per l'origine $O(0, 0, 0)$, perpendicolare al piano $x - 3y + 4z = 0$ e parallelo alla retta $y = x - 3y + 4z = 0$.

....

3) Scrivere i parametri direttori della retta passante per l'origine $O(0, 0, 0)$ ed incidente la retta r: $y = 4x - y - 5z - 19 = 0$ e la retta s: $y - z = x - 3y + 2z - 17 = 0$.

....

4) **Se esistono**, determinare i valori del parametro reale t per i quali l'origine $O(0, 0, 0)$ e i punti $A(0,7,0)$, $B(-3, 4, 1)$ e $C(t^2-2t,-5, 2-t)$ sono complanari.

....

5) **Se esiste** una conica passante per i seguenti punti $O(0, 0)$, $A(-1, 0)$, $B(-1, -1)$, $C(0, -1)$ e $D(-1,-12)$, trovarne l'equazione. **Altrimenti** motivare <u>brevemente</u> la risposta.

....

6) Sia π il piano per i punti $O(0, 0, 0)$, $A(2, 0,-3)$ e $C(0, 4, 0)$. Trovare delle equazioni per la circonferenza che giace su π, ha il centro in C e passa per O.

GEOMETRIA 9.7

1) Del sistema lineare $3x - y + 14z - 10 = x - y + 12z - 4 = 2x + y - 9z - 5 = 0$ trovare la soluzione generale. Oppure trovare una soluzione particolare X_P e una base B dello spazio delle soluzioni del sistema lineare omogeneo ad esso associato.

....

2) Sia $A=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. **Se possibile**, trovare una matrice diagonale Λ e una matrice invertibile C che diagonalizzino la matrice A, ovvero tali che $A = C\Lambda C^{-1}$. **Altrimenti**, <u>motivare la risposta</u>.

....

3) **Se esiste**, trovare il piano che contiene le rette: $r : 5y - z + 2 = x - 1 = 0$ $\;s : 5y - z = x = 0$. **Altrimenti** motivare <u>brevemente</u> la risposta.

....

4) Sia H la proiezione ortogonale del punto $A(1, \sqrt{47}, -10)$ sulla retta $r : y = z + 9 = 0$. Su r trovare (almeno) un altro punto B tale che l'area del triangolo rettangolo AHB valga $8\sqrt{3}$.

....

5) Sia $r : 3x - 4y - 5 = 0$ la direttrice delle parabole passanti per l'origine $O(0, 0)$ e aventi i fuochi sull'asse X delle ascisse. Trovare le coordinate dei loro fuochi.

....

6) Scrivere l'equazione della sfera Σ che ha il centro in $C(2, 13, -14)$ ed è tangente al piano $\pi : 3y + 8z = 0$.